I Numeri Interi

I numeri naturali non sono adatti per risolvere tutti i problemi.

Esempio. La temperatura atmosferica di un mattino estivo, “sopra lo zero”, viene indicata con un numero preceduto dal segno + (+19°C, +25°C); mentre quella di un mattino invernale, “sotto lo zero”, viene indicata da un numero preceduto dal segno – (-3°C, -5°C, …).

I numeri con il segno + si chiamano *positivi*, quelli con il segno meno – si chiamano *negativi*.

L’insieme dei numeri relativi o interi si indica con Z.

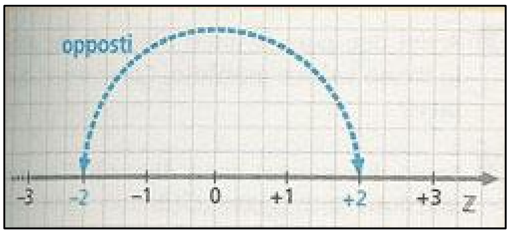
$$Z=\{\ldots -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4\ldots\}$$

Si ottiene facendo precedere i numeri naturali dal segno + o dal segno -.

§ I numeri che hanno lo stesso segno si dicono *concordi*.
Esempio: -3 e -5.
I numeri che hanno segno diverso si dicono *discordi*.
Esempio: -3 e +5.

§ Il valore assoluto di un numero è il numero senza il segno che lo precede. Per indicarlo si usa il simbolo | |.
Esempio: Il valore assoluto:
- di -3 e +3 è |-3|=|+3|=3.
- di +6 e -6 è |+6|=|-6|=6.

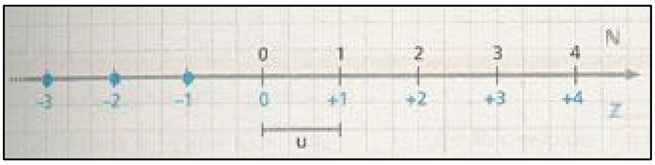
§ Due numeri interi si dicono *opposti* se hanno lo stesso valore assoluto e sono discordi.
Esempio: sono opposti i numeri -1 e +1, -3 e +3, -6 e +6.



Osservazione. Che relazione c’è tra l’insieme dei numeri naturali e quello degli interi? Z è un ampliamento di N nel senso che l’insieme Z “contiene più numeri” dell’insieme N ma tutte le operazioni definite in N (addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, potenza) con le relative proprietà continuano a valere.

e-mail: viriliroberta@libero.it
web: http://digilander.libero.it/viriliroberta

Rappresentazione dei numeri interi su una retta



Confronto tra numeri interi

Fissato sulla retta l'ordinamento dei numeri in senso crescente, si può osservare che ogni numero risulta:

- minore di quelli che stanno alla sua destra
- maggiore di quelli che stanno alla sua sinistra

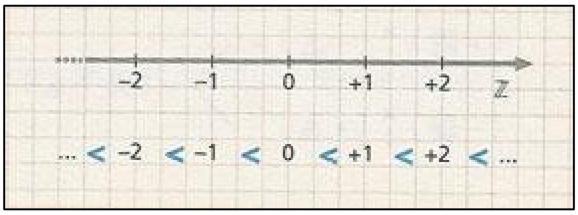
Esempio. -3 è minore di -2 perché, nella rappresentazione dei numeri interi sulla retta orientata, -3 "è più a sinistra" di -2.

In generale possiamo dire che:

- fra due numeri positivi, il maggiore è quello che ha valore assoluto maggiore: $+7>+3 \;\; perchè \;\; 7>3$
- ogni numero positivo è maggiore di ogni numero negativo: $+7>-5$
- fra due numeri negativi, il maggiore è quello che ha valore assoluto minore: $-7>-9 \;\; perchè \;\; 7<9$

L'insieme Z, quindi, è un insieme <u>ordinato</u>, cioè dati due numeri interi a e b, si verifica unaed una sola delle seguenti situazioni: a=b, a<b, a>b.

1. L'insieme Z è un insieme discreto, cioè sulla retta che rappresenta Z, fra un numero intero e il successivo.



Esempi.

- +4 è il successivo di +3. Tra +3 e +4 non ci sono altri numeri interi.
- -2 è il precedente di -1. Fra -2 e -2 non ci sono altri numeri interi.

e-mail: viriliroberta@libero.it
web: http://digilander.libero.it/viriliroberta

Operazioni

Somma di numeri concordi (cioè che hanno lo stesso segno)

È un numero che ha:

- o Per valore assoluto la somma tra i valori assoluti
- o Per segno lo stesso dei due numeri

Esempi.

1. $(+4)+(+5)=+(4+5)=+9$
2. $(-3)+(-7)=-(3+7)=-10$

Somma di numeri discordi (cioè che hanno segno diverso)

È un numero che ha:

- o Per valore assoluto la differenza tra il maggiore e il minore dei valori assoluti
- o Per segno quello del numero che ha valore assoluto maggiore

Esempi.

1. $(+15)+(-3)=+(15-3)=+12$
2. $(-20)+(+4)=-(20-4)=-16$

Proprietà dell'addizione "+"		
Proprietà	Espressione	Esempio
"dell'opposto"	Per ogni numero ne esiste un secondo (il suo opposto) tale che la loro somma è zero.	$(-9)+(9)=0$
Nota. Anche nell'addizione tra numeri interi valgono la proprietà commutativa e associativa e lo 0 è l'elemento neutro.		

Sottrazione

La differenza tra due numeri interi è la somma del minuendo con l'opposto del sottraendo.

Esempi.

1. $(+14)-(+3)=(+14)+(-3)=+(14-3)=+11$
2. $(-4)-(-6)=(-4)+(+6)=+(6-4)=+2$
3. $(-7)-(+2)=(-7)+(-2)=-(7+2)=-9$

Proprietà della sottrazione "-"	
Proprietà	Esempio
invariantiva	$(+5)-(-3)=(+5+2)-(-3+2)$ Si può aggiungere +2 sia +5 che a -3 e il risultato non cambia. Infatti: § $(+5)-(-3)=(+5)+(+3)=8$ § $(+5+2)-(-3+2)=(+7)-(-1)=(+7)+(+1)=8$

e-mail: viriliroberta@libero.it
web: http://digilander.libero.it/viriliroberta

Poiché la sottrazione fra numeri interi è riconducibile all'addizione, si parla di <u>somma algebrica</u>, senza specificare addizioni e sottrazioni.

Esempio.

L'operazione $4-7$ può essere vista:

- o sia come un'addizione $4-7=(+4)+(-7)$
- o sia come una sottrazione. $4-7=(+4)-(+7)$

<u>Prodotto di due numeri interi</u>

È un numero intero che ha:

- o Per valore assoluto il prodotto dei valori assoluti
- o Per segno il segno positivo se i fattori sono concordi, il segno negativo se i fattori sono discordi.

Esempi.

1. $(+6)\cdot(+8)=+48$
2. $(-5)\cdot(-7)=+35$
3. $(-2)\cdot(+3)=-6$
4. $(+4)\cdot(-9)=-36$

<u>Nota</u>. Spesso, per comodità il simbolo di moltiplicazione (•)viene omesso:

$$(+4)\cdot(-9) \ \textit{equivale a} \ (+4)(-9)$$

§ Le regole di moltiplicazione dei segni possono essere riassunte in una tabella:

•	+	-
+	+	-
-	-	+

§ Se si moltiplicano più numeri, per determinare il segno del prodotto, occorre contare il numero dei fattori negativi:

- o Se sono in numero dispari, il prodotto è negativo
- o Se sono in numero pari il prodotto è positivo

Esempi.

$(-3)(+5)(+2)(-1)=+30$ *poichè ci sono* 2 *fattori negativi*

$(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)=-1$ *poichè ci sono* 7 *fattori negativi*

Nota. Anche nella moltiplicazione tra numeri interi valgono la proprietà <u>commutativa</u> e <u>associativa</u>, <u>distributiva</u> rispetto all'addizione, e l'elemento neutro è 1.

e-mail: virilirobert a@libero.it
web: http://digilander.libero.it/viriliroberta

Divisione

Il quoziente di due numeri interi, il primo multiplo del secondo, è un numero intero che ha:

- o Per valore assoluto il quoziente dei valori assoluti dei due numeri
- o Per segno quello dato dalle regole di segno della moltiplicazione.

Esempi.

1. $(+45):(+9)=+5$
2. $(-12)\cdot(-6)=+2$
3. $(-15)\cdot(+5)=-3$
4. $(+24)\cdot(-4)=-6$

Proprietà della divisione ":"	
Proprietà	Esempio
invariantiva	$-45:9=(-45:3):(9:3)$
Distributiva a destra rispetto all'addizione	$(15+9):(-3)=15:(-3)+9:(-3)$

Osservazione. Non è vale, invece, la proprietà distributiva a sinistra.

Esempio. $30:(3+2)\neq 30:3+30:2$

Attenzione.

Anche in Z, come in N, la divisione non è un'operazione interna, vale a dire che il risultato di una divisione di due numeri interi non sempre è un numero intero.

Esempio. $10:(-3)=-3{,}33....\ \textit{non ha risultato in } Z$

e-mail: viriliroberta@libero.it
web: http://digilander.libero.it/viriliroberta

Potenza

La potenza di un numero intero è un intero che ha:

- Per valore assoluto la potenza del valore assoluto
- Per segno il segno negativo se la base è negativa e l'esponente dispari, il segno positivo negli altri casi.

d: esponente dispari
p: esponente pari

$(-\blacksquare)^d = -\blacksquare^d$

$(+\blacksquare)^d = +\blacksquare^d$

$(\pm\blacksquare)^p = +\blacksquare^p$

Esempi.

1. $(+3)^2 = +9;$ $(+3)^3 = +27$
2. $(-3)^2 = +9;$ $(-3)^3 = -27$
3. $(-2)^5 = -32;$

il risultato è negativo perché

$$(-2)^5 = \underbrace{(-2)(-2)}_{+}\underbrace{(-2)(-2)}_{+}\underbrace{(-2)}_{-},$$

cioè ci sono 5 fattori negativi, ossia un numero dispari di segni −.

Invece,

$$(-2)^6 = +64$$

è positivo perché

$$(-2)^6 = \underbrace{(-2)(-2)}_{+}\underbrace{(-2)(-2)}_{+}\underbrace{(-2)(-2)}_{+},$$

cioè ci sono 6 fattori negativi, ossia un numero pari di segni −.

Attenzione. L'operazione potenza ha la precedenza rispetto al segno!

Esempio.

$-3^2 = -9$

Non ci sono parentesi: viene calcolato solo il quadrato di 3, il segno – resta fuori dal calcolo della potenza.

Espressioni con i numeri interi

Anche in Z è possibile scrivere le espressioni per le quali valgono le osservazioni già fatte nei naturali.

Esempi.

- Semplifichiamo la seguente espressione:

$$-4(5+2-3):(-2)+1-(-3)^2 =$$
$$= -4(+4):(-2)+1-(+9) =$$
$$= -16:(-2)+1-9 =$$
$$= +8+1-9 =$$
$$= 0.$$

e-mail: viriliroberta@libero.it
web: http://digilander.libero.it/viriliroberta