Soluzione compito in classe di Matematica – classe 2H

(con l'ausilio del software di elaborazione numerica e simbolica, open-source, Maxima)

1) Risolvere i seguenti sistemi col metodo grafico dicendo se sono determinati, indeterminati, o impossibili:

$$\begin{cases} x+3\cdot y = -1 & (r) \\ x-y = 7 & (s) \end{cases}$$

isoliamo la y per individuare poi l'andamento delle rette

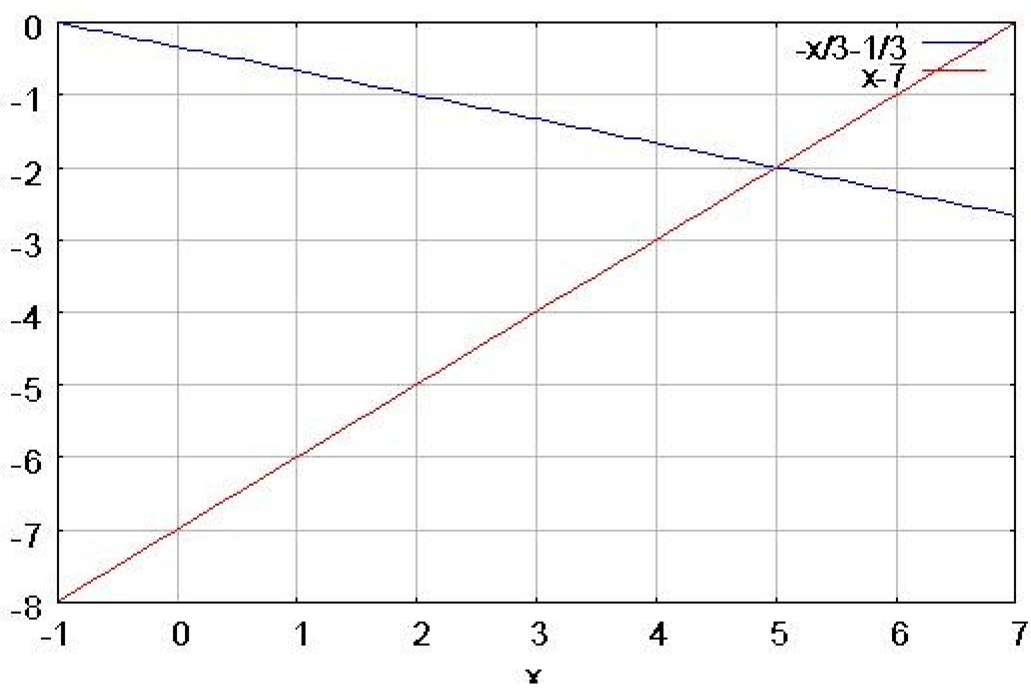
$$\begin{cases} 3\cdot y = -x-1 \\ -y = -x+7 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{3\cdot y}{3} = -\dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{3} \\ y = x-7 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -\dfrac{x}{3} - \dfrac{1}{3} \\ y = x-7 \end{cases}$$

Con Maxima dando il comando opportuno per la risoluzione del sistema lineare, si ottiene la soluzione:

```
(%i3) solve([y = -x/3-(1/3),y = x - 7],[x,y]);
(%o3) [[x=5,y=-2]]
```

la soluzione indicata da Maxima è quindi il punto di coordinate (-2,5). Verifichiamolo anche graficamente. In Maxima inseriamo le due equazioni lineari da plottare e otteniamo:

```
(%i34) plot2d([-x/3-(1/3), x - 7], [x,-1,7], [gnuplot_preamble,
       "set grid;  set xtics 1; set ytics 1"]);
```



e quindi vediamo che anche graficamente la soluzione è quella indicata prima, ossia il punto (5,-2), ossia per x = 5 e y = -2.

Consideriamo ora un secondo sistema:

$$\begin{cases} -2\cdot x+3\cdot y=-1 & (r) \\ 3\cdot x+3+11=10-12\cdot y & (s) \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\cdot y=-1+2\cdot x \\ 3\cdot x+3+11-10=-12\cdot y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{3\cdot y}{3}=\dfrac{-1+2\cdot x}{3} \\ 3\mathrm{x}+4=-12\cdot y \end{cases} \qquad \begin{cases} y=\dfrac{-1+2\cdot x}{3} \\ 12\cdot y=-3\mathrm{x}-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\dfrac{-1+2\cdot x}{3} \\ \dfrac{12\cdot y}{12}=\dfrac{-3\mathrm{x}-4}{12} \end{cases} \qquad \begin{cases} y=\dfrac{-1+2\cdot x}{3} \\ y=\dfrac{-x}{4}-\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

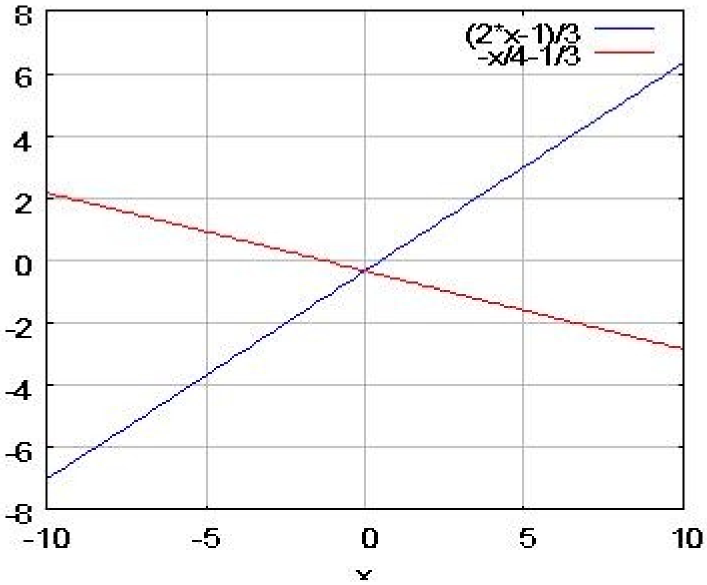
da questo punto possiamo risolvere il sistema tracciando le rette che rappresentano le due equazioni (r) e (s):

(%i1) solve([y = (-1 + 2 * x) / 3,y = -x / 4 - 1 / 3],[x,y]);

(%o1) [[x=0,y=-1/3]]

la soluzione trovata dal programma risulta quindi: x = 0 e y = -1/3
Per plottare le due rette in Maxima è necessario dare il comando:

plot2d([(-1 + 2 * x) / 3, -(x / 4) -(1 / 3)], [x, -10, 10], [gnuplot_preamble,"set grid; set size ratio 1"]);



ove le ultime indicazioni sono i parametri che descrivono come dovrà essere disegnato il grafico stesso

Infine consideriamo l'ultimo sistema:

$$\begin{cases} 3\cdot x-2\cdot y = -12 \quad (r) \\ x+2\cdot y = 4 \quad (s) \end{cases} \qquad \begin{cases} -2\cdot y = -12-3\cdot x \\ 2\cdot y = 4-x \end{cases}$$

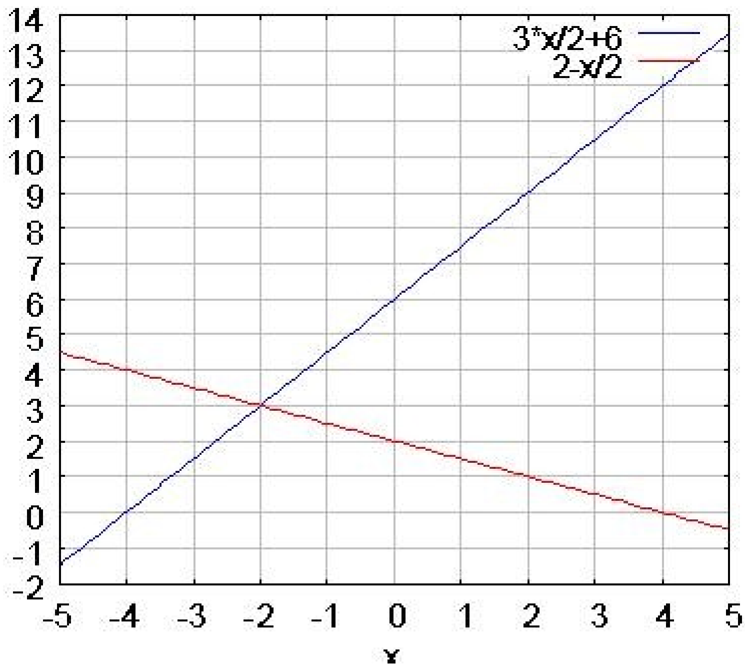
$$\begin{cases} \dfrac{-2\cdot y}{2} = \dfrac{-12-3\cdot x}{2} \\ \dfrac{2\cdot y}{2} = \dfrac{4-x}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 6+\dfrac{3\cdot x}{2} \\ y = 2-\dfrac{x}{2} \end{cases}$$

(%i10) solve([3 * x - 2 * y = -12 , x + 2 * y = 4],[x,y]);

(%o10) [[x=-2,y=3]]

quindi da quanto ricaviamo operando con la funzione solve(.....) la soluzione del sistema lineare è x = -2 e y = 3, e quindi il punto di intersezione è (-2, 3).
Plottiamo le rette (r) e (s) di modo da poter valutare graficamente questo fatto; per fare questo usiamo le equazioni nella forma y = ….:

plot2d([6 + (3 * x) / 2, 2 - (x / 2)],[x, -5, 5],
[gnuplot_preamble,"set grid; set size ratio 1; set xtics 1; set ytics 1"]);



e quindi anche per via grafica viene confermata che la soluzione è x = -2 e y = 3, che è il punto di intersezione tra le due rette.
Tutti e tre i sistemi considerati risultano quindi avere soluzione determinata.