Altri esempi di soluzioni grafiche di sistemi lineari – classe 2H
(con l'utilizzo del software algebrico-geometrico Geogebra e di Excel)

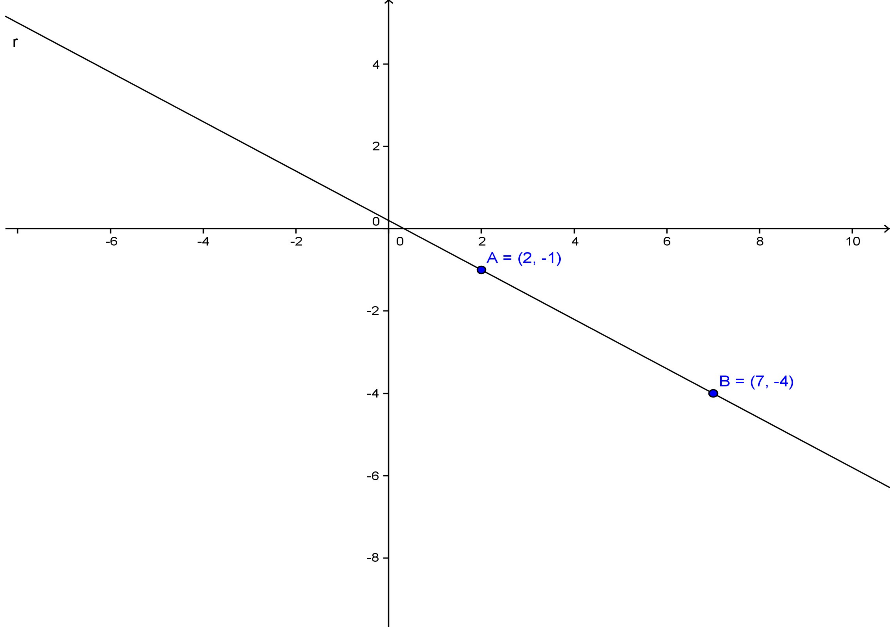
Un esercizio proposto in classe

$$\begin{cases} 3\cdot x+5\cdot y=1 \\ 4\cdot x+y=7 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5\cdot y=1-3\cdot x \\ y=7-4\cdot x \end{cases} \qquad \begin{cases} y=-\frac{3}{5}\cdot x+\frac{1}{5} \\ y=-4\cdot x+7 \end{cases}$$

avendo isolato la y, possiamo ricavare quindi questa coordinata in funzione della x (coordinata libera) e quindi passiamo al metodo grafico, dopo aver calcolato alcune coordinate delle rette.
Utilizzando un foglio elettronico per tabulare la funzione scopriamo che la tabulazione della funzione $y=-\frac{3}{5}\cdot x+\frac{1}{5}$ risulta:

x	y
1	-0,4
2	-1
3	-1,6
4	-2,2
5	-2,8
6	-3,4
7	-4
8	-4,6
9	-5,2
10	-5,8

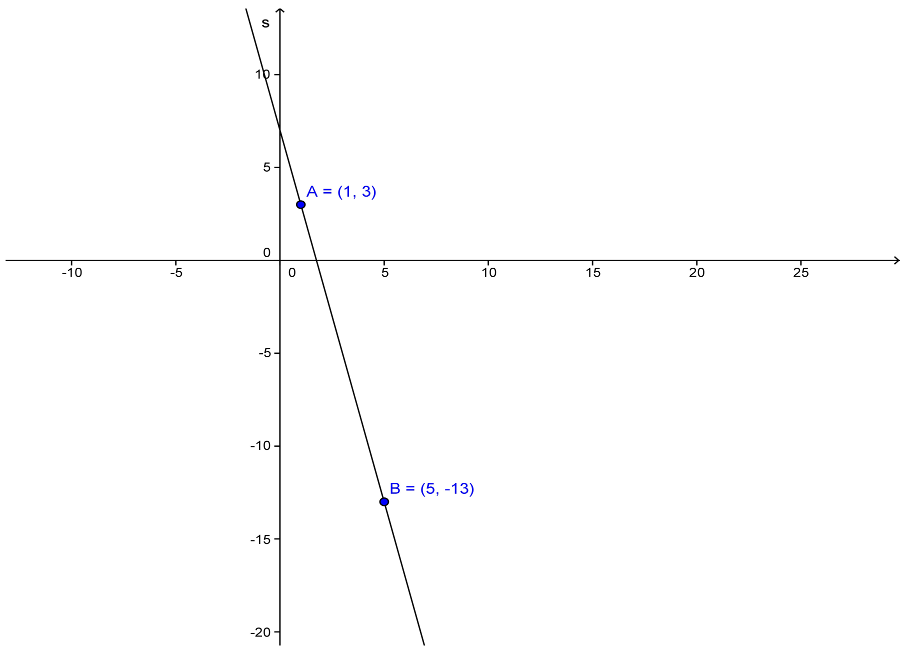
da cui si nota che i due punti {2,1} e {7,-4} sono di coordinate intere (a differenza degli altri) e quindi più facilmente tracciabili.
Il disegno della retta *y = -(3/5)*x + (1/5)* risulta sempre tracciato con Geogebra:



Operando analogamente per l'altra equazione (altra retta), si ottiene la seguente tabulazione (tutta con numeri interi):

x	y
1	3
2	-1
3	-5
4	-9
5	-13
6	-17
7	-21
8	-25
9	-29
10	-33

E il grafico della retta risulta:

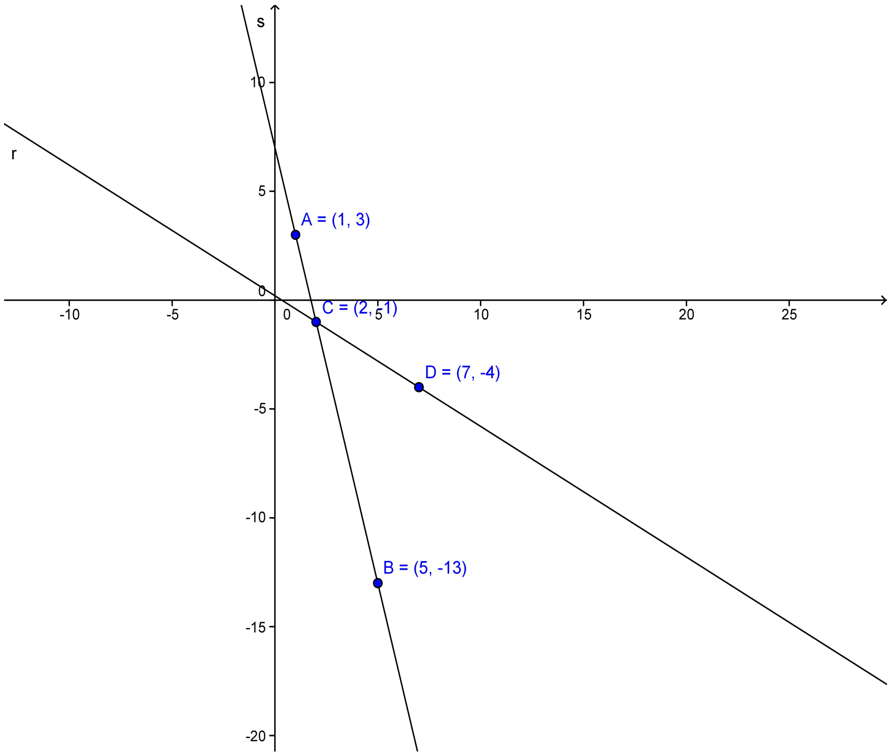


Si può ovviamente constatare che, per esempio, presa una coppia qualunque di punti le relative rette passano per essi:

nella figura vediamo infatti rappresentati i punti (1,3) e (5, -13) e la retta rappresentata dalla equazione $y = -4 \cdot x + 7$ che passa attraverso essi.

Consideriamo le due rette assieme e combiniamole in un grafico; scegliamo per tracciarle i punti (1,3) e (5, -13) per y = -4 * x + 7 e i punti (2,-1) e (7,-4) per y = -(3/5)*x + (1/5)*;*

e infatti graficamente risulta :



come si può vedere il punto di intersezione cade proprio in 2,1.

Affrontiamo un altro sistema:

$$\begin{cases} 3\cdot x+5\cdot y=30 \\ 3\cdot x-2\cdot y=-12 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5\cdot y=30-3\cdot x \\ -2\cdot y=-12-3\cdot x \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{30-3\cdot x}{5} & (r) \\ y = \dfrac{-12-3\cdot x}{-2} & (s) \end{cases}$$

Effettuando la tabulazione dei punti con Excel risulta:

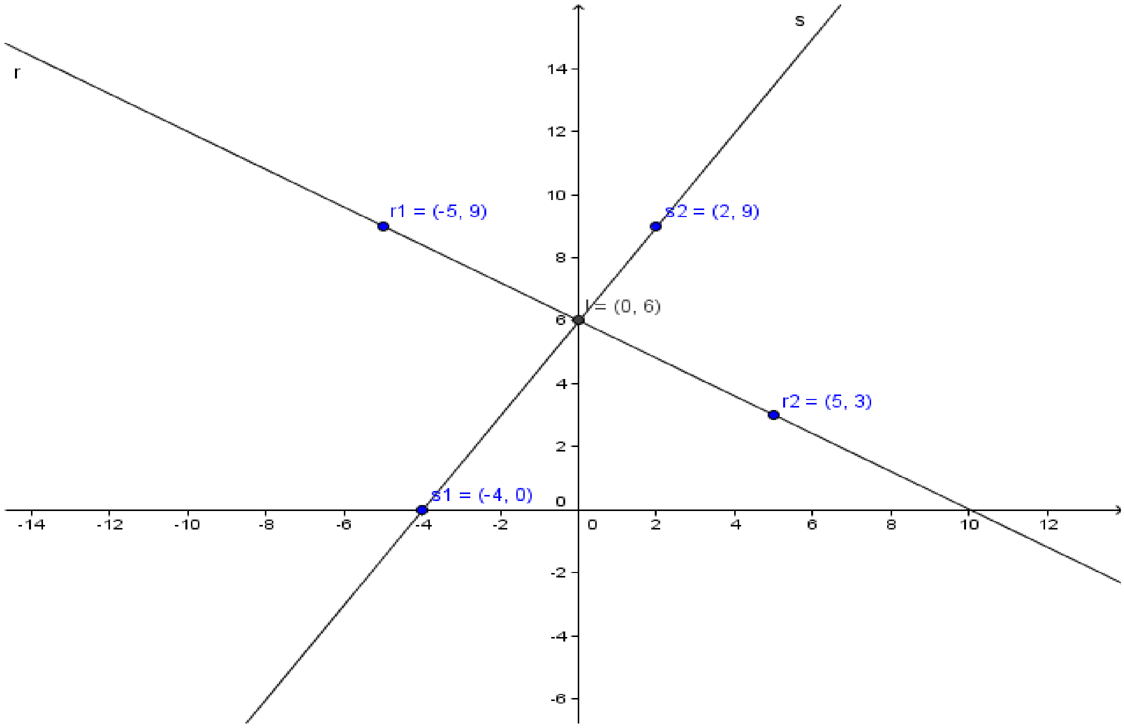
r

x	y
-5	9
-4	8,4
-3	7,8
-2	7,2
-1	6,6
0	6
1	5,4
2	4,8
3	4,2
4	3,6
5	3

s

x	y
-5	-1,5
-4	0
-3	1,5
-2	3
-1	4,5
0	6
1	7,5
2	9
3	10,5
4	12
5	13,5

Osservando le tabelle risulta evidente la soluzione nel punto (0,6), che può essere confermata graficamente tramite Geogebra:

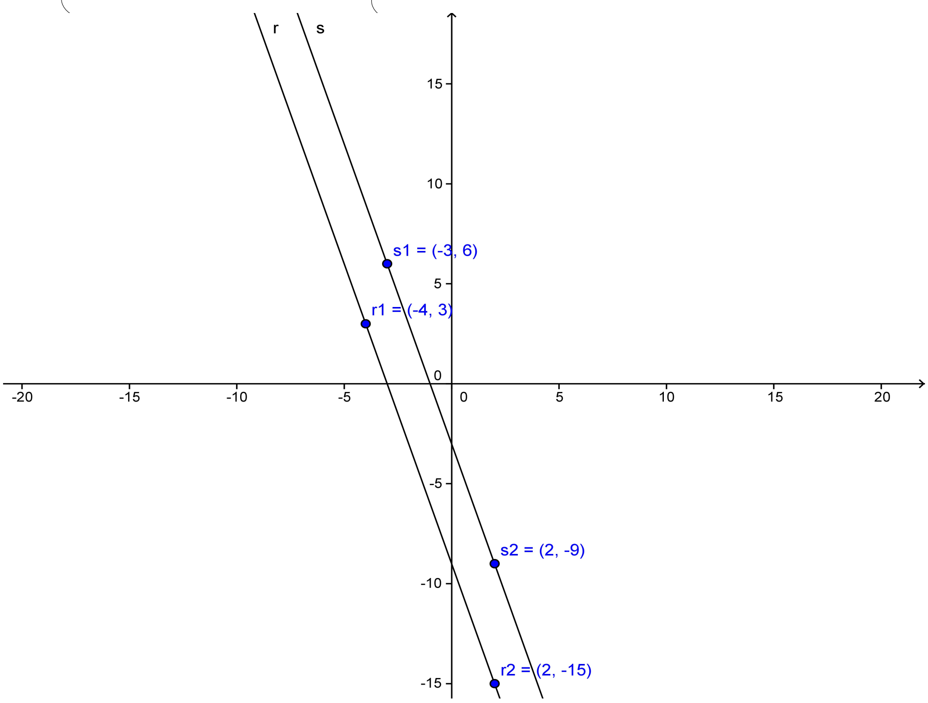


Viceversa vediamo ora come risulta il grafico di una soluzione in un caso particolare. Sappiamo infatti dalla teoria che esistono 3 casi:

- Soluzione determinata (le due rette sono incidenti in un punto)
- Soluzione indeterminata (le due rette sono sovrapposte)
- Soluzione impossibile (le due rette sono parallele e non sovrapposte)

$$\begin{cases} x+\frac{1}{3}\cdot y=3 \\ 3\cdot x+y=-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3\cdot x+y=9 \\ y=-3-3\cdot x \end{cases} \qquad \begin{cases} y=-3\cdot x-9 & (r) \\ y=-3\cdot x-3 & (s) \end{cases}$$

In questo caso le due rette sono parallele (coefficiente angolare (m) uguale), ma non sono sovrapposte (q diverso).
Il grafico delle due rette risulta infatti:



La tabulazione dei punti risulta (nella forma {x, y}):

x	**y**
-5	6
-4	3
-3	0
-2	-3
-1	-6
0	-9
1	-12
2	-15
3	-18
4	-21
5	-24

x	**y**
-5	12
-4	9
-3	6
-2	3
-1	0
0	-3
1	-6
2	-9
3	-12
4	-15
5	-18

Geogebra indica, richiedendolo, che il valore del punto di intersezione è indefinito, indicando quindi che le rette sono parallele.

Ne segue che il sistema è impossibile.