Matematica - Potenze e loro proprietà

Una potenza in matematica è formata da un numero detto base e da un altro detto esponente. La regola per capire quale numero rappresenta una potenza è: l*a base viene moltiplicata tante volte quante indicato nell'esponente*.

Ad esempio:

$5^3 = 5 \bullet 5 \bullet 5 = 25 \bullet 5 = 125 \qquad (*)$

Viceversa possiamo quindi dire se incontrassimo il prodotto $3 \bullet 3$ che:

$3 \bullet 3 = 3^2$

Dobbiamo anche considerare che esistono altre importanti regole sulle potenze, ad esempio se troviamo due potenze che hanno la stessa base (5 nell' esempio) possiamo concludere *che il loro rapporto (divisione tra esse) è pari ad una potenza con la stessa base e differenza degli esponenti*:

$5^5 : 5^2 = 5^3$

in questo caso il rapporto (divisione) tra potenze è pari quindi ad una potenza con indice inferiore, ma che ha la stessa base (5). Cerchiamo di convincerci di ciò ragionando e partendo dalla definizione sopra indicata (*). Infatti possiamo dire che:

$$\frac{5^5}{5^2} = \frac{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}{(5 \cdot 5)} = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 5^{(5-2)}$$

infatti sappiamo che se in un rapporto esistono fattori uguali sopra e sotto la linea di frazione, eliminandoli il risultato non cambia. Ad esempio si pensi al rapporto:

$$\frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{4}{5}$$

in quanto i due tre presenti annullano la loro presenza fra loro, ossia, come si dice usualmente si annullano.
La cosa inversa avviene se due potenze con la stessa base vengono affiancate:

$2^2 \bullet 2^4 = (2 \bullet 2) \bullet (2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2) = (2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2) = 2^6 = 2^{(2+4)}$

Ossia i*l prodotto di potenze con la stessa base porta come risultato ad una potenza che ha per base la stessa base delle due di partenza e per esponente la somma degli esponenti*.

Talvolta gli esercizi che vengono proposti presuppongono che si riesca ad individuare ch determinati numeri corrispondono a potenze note; ad esempio:

$9 = 3^2 = 3 \bullet 3;$ $27 = 3^3 = 3 \bullet 3 \bullet 3;$

$25 = 5^2 = 5 \bullet 5;$

$4 = 2^2 = 2 \bullet 2;$ $8 = 2^3 = 2 \bullet 2 \bullet 2;$ $16 = 2^4 = 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2$

Se quindi tali numeri risultano in rapporto o prodotto con potenze bisogna tener conto che essi stessi sono potenze.

In un esercizio sulle potenze se troviamo una parte di espressione del tipo:

$...(30 - 3) : 3^2.... = ...27 : 3^{2.}....$

non svolgiamo la potenza (non è necessario), ma cerchiamo invece di individuare quale potenza rappresenta il numero 27 (che è pari infatti a 3^3); e quindi possiamo semplificare come:

$...(30 - 3) : 3^2.... = ...27 : 3^{2.}.... = 3^3 : 3^{2.}.... = ...3....$

questa parte dell'espressione risulterà quindi pari a 3 (ovviamente è un esempio).

Bisogna anche ricordare che esistono casi particolari di potenze che non sono del tutto intuitivi:

Indicata come un numero n una qualunque base sarà sempre:

$n^0 = 1$

quindi ad esempio: $2^0 = 1$; $5^0 = 1$; ecc.

Ci si potrebbe chiedere il perché di questa regola. Se riflettiamo sulle regole della moltiplicazione e divisione di potenze che abbiamo espresso prima ci rendiamo conto che questa regola è necessaria e matematicamente corretta.

Infatti consideriamo il calcolo:

$2^3 \bullet 2^0 = 23 = 2^{(3+0)}$ questo secondo la regola data (somma degli esponenti 3+ 0 = 3)

ma quindi essendo $2^3 \bullet 2^0 = (2 \bullet 2 \bullet 2) \bullet ? = 8 \bullet ? = 8$ cosa può essere il numero "?" ?

Pensandoci si scopre che può essere solo 1, e questo qualunque sia la base.

Infine è anche vero che esiste un ulteriore caso speciale; infatti quanto è $0^0 = ?$

In realtà non 1, ma $0^0 = 0$.

In effetti qualunque potenza del numero 0 è sempre pari a 0. Infatti, ad esempio:

$0^3 = (0 \bullet 0 \bullet 0) = 0$

e quindi anche: $0^1 = 0$ e $0^0 = 0$