

Appunti sulle equazioni (dalle lezioni di Matematica del prof. Cancelliere) – classe 1 E

Equazioni di 1° grado

una equazione è rappresentabile con un polinomio eguagliato a 0:

$$P(x) = 0$$

nel caso delle equazioni di 1° grado il polinomio ha solo la variabile x.
es.

$$3x + 5 = 0$$

In questa equazione possiamo distinguere:

- ◆ il termine con la x
- ◆ il termine noto

Per risolvere le equazioni si usano i primi due principi di equivalenza (1° e 2° principio).

Una equazione può essere:

1. Determinata

- Se l'equazione è determinata: esiste un insieme finito di soluzioni, il cui numero è pari al grado dell'equazione

2. Indeterminata

- Se l'equazione è indeterminata ha infinite soluzioni

3. Impossibile

- Se l'equazione è impossibile l'insieme delle soluzioni è vuoto, ossia non esistono soluzioni

Esempi

Nel caso l'equazione sia determinata:

$$2x - 4 = 0$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$S = \{2\} \text{ l'insieme delle soluzioni contiene un solo valore } 2$$

Nel caso l'equazione sia impossibile:

$$4x - 4 = 4x - 2$$

$$4x - 4x = 4 - 2$$

$$0 = 2 \text{ l'uguaglianza è sempre falsa (qualunque } x)$$

Quindi l'insieme S delle soluzioni è vuoto.

Nel caso l'equazione sia indeterminata:

$$4x - 4 = 4x - 4$$

$$4x - 4x = 4 - 4$$

sia le x che i termini noti si annullano e risulta
 $0 = 0$

l'equazione è sempre vera qualunque valore di x .
Quindi l'insieme S delle soluzioni ne contiene infinite.

Principi di equivalenza

Due equazioni si dicono equivalenti se hanno le stesse soluzioni.
Tramite i principi di equivalenza è possibile trasformare una equazione in un'altra ad essa equivalente.

1° principio di equivalenza

Una equazione rimane equivalente a quella iniziale sommando o sottraendo quantità identiche a sinistra e a destra dell' =.

Esempio

$$4 \cdot x - 3 = 0$$

$$4 \cdot x - 3 = 0$$

$$4 \cdot x = 3$$

(questa equazione è equivalente a quella di partenza)

2° principio di equivalenza

Una equazione rimane equivalente a quella iniziale moltiplicando o dividendo per quantità identiche (ma diverse da 0) a sinistra e a destra dell' =.

Esempio

(riprendendo il calcolo precedente)

$$4 \cdot x = 3$$

$$(4 \cdot x) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$x = \frac{3}{4}$$

e abbiamo ricavato la soluzione della equazione (3/4).