

1 Esercizi

1.1 Note e legenda

Studiare la funzione significa individuare nell'intervallo indicato

- i punti di esistenza
- gli intervalli di crescita e decrescenza
- gli intervalli di positività e negatività

Può essere utile alla preparazione anche la costruzione (qui non svolta) di:

- parte positiva
- parte negativa
- valore assoluto
- preimmagine

della funzione.

Nella risoluzione si è rappresentata qualitativamente la funzione utilizzando approssimativamente la stessa unità di misura sui due assi. Questo non è richiesto nello svolgimento degli esercizi da parte degli studenti.

Legenda:

$$[x] = \text{floor}(x) = \max(z \in \mathbb{Z} | z \leq x)$$

$$(x)^+ = \text{parte positiva di } x = \max(x, 0)$$

$$(x)^- = \text{parte negativa di } x = \min(x, 0)$$

Nota Nella maggior parte dei testi: $(x)^- = \max(-x, 0)$

2 Esercizi non risolti

Es 1.

$$f(t) = \left(\text{frac}(t+2) \left(1 + \text{sgn}(t-1) \text{frac}(t) \right) - |t| \right) \text{sgn}(t^2 - t) \quad [-1, 2]$$

Es 2.

$$f(t) = (t+1)^{([t+1])^+ - 1} - 2(|t|+t) \quad (-3, 3)$$

Es 3.

$$f(t) = \frac{(\text{senh}(t))^{\text{sgn}((t-1)^+) + \text{sgn}((1-|t|)^+)}}{(\text{cosh}(t))^{\text{sgn}((t+1)^-) + \text{sgn}((1-|t|)^+)}} \quad (-\infty, +\infty)$$

Es 4.

$$f(t) = \left| 1 + \left[\frac{t}{2\pi} \right] \right| \cos \left(\left(\text{sgn}(t) + \left[\frac{t}{2\pi} \right] \right) t \right) \quad [-2\pi, 6\pi]$$

Es 5.

$$f(t) = \left| \cos \left([t] \frac{\pi}{2} \right) \right| \arcsen \left((-1)^{[t]} \text{frac}(t) \right) + \arccos \left((-1)^{[t]} \text{frac}(t) \right) \quad (0, 5)$$

3 Esercizi risolti

3.1 Esercizio 1

$$f(t) = \left(\frac{t}{1} (1 + \operatorname{sgn}(t-2) \frac{t-1}{1}) - |t-1| \right) \operatorname{sgn}(t^2 - 3t + 2) \quad [0, 3]$$

Risoluzione:

$$f(0) = -1$$

$$f(t) = (t(1-t) - (1-t))(+1) = -(t-1)^2 \quad 0 \leq t \leq 1$$

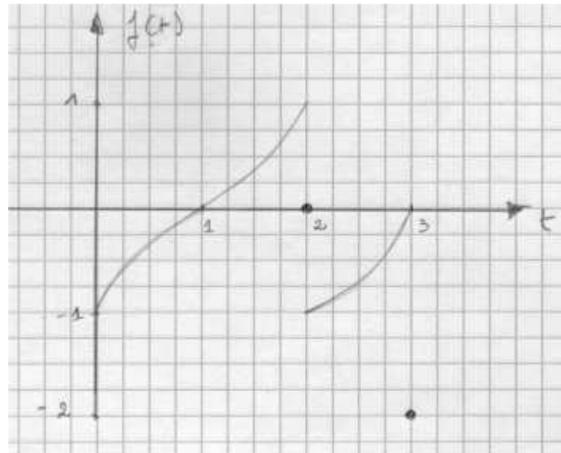
$$f(1) = 0$$

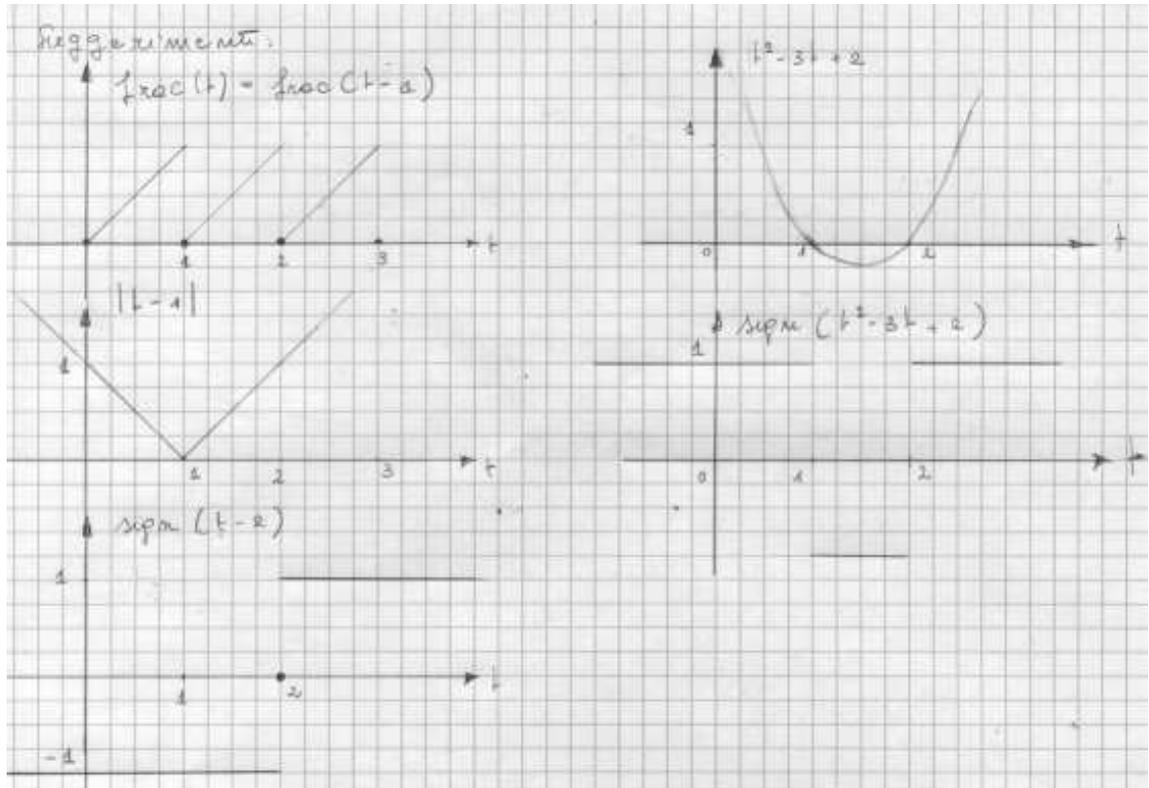
$$f(t) = \left((t-1)(1 - (t-1)) - (t-1) \right) (-1) = (t-1)^2 \quad 1 \leq t < 2$$

$$f(2) = 0$$

$$f(t) = \left((t-2)(1 + (t-2)) - (t-1) \right) (+1) = (t-1)(t-3) \quad 2 < t < 3$$

$$f(3) = -2$$





3.2 Esercizio 2

$$f(t) = (t+2)^{([t]+1)^+ - 1} - 4(t-1)^+ - 2^{-\text{sgn}(t)+5\text{sgn}((t-2)^+)} \quad (-3, 3)$$

Risoluzione:

$$f(t) = (t+2)^{-1} - 2 = \frac{1}{t+2} - 2 \quad -3 < t < 0$$

$$f(0) = 0$$

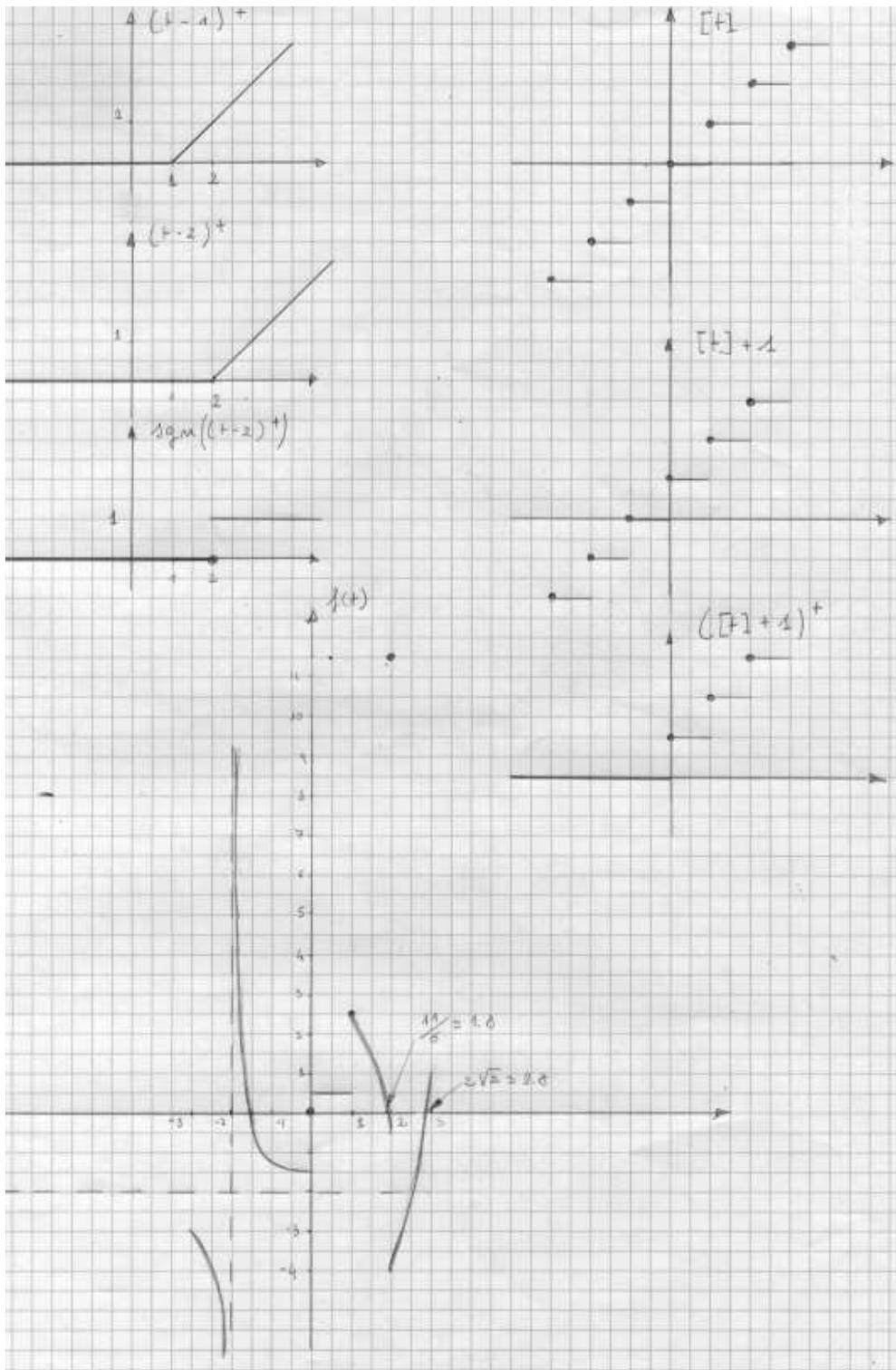
$$f(t) = (t+2)^0 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad 0 < t < 1$$

$$f(1) = \frac{5}{2}$$

$$f(t) = (t+2) - 4(t-1) - \frac{1}{2} = \frac{11}{2} - 3t \quad 1 < t < 2$$

$$f(2) = \frac{23}{2}$$

$$f(t) = (t+2)^2 - 4(t-1) - 16 = t^2 - 8 \quad 2 < t < 3$$



3.3 Esercizio 3

$$f(t) = \cosh([t] \operatorname{frac}(t)) + \operatorname{sgn}(1 - |t + 1|) \sinh([t] \operatorname{frac}(t)) - 1 \quad (-2, 3)$$

Risoluzione:

$$f(t) = e^{-2(t+2)} - 1 \quad -2 < t < -1$$

$$f(-1) = 0$$

$$f(t) = e^{-(t+1)} - 1 \quad -1 < t < 0$$

$$f(0) = 0$$

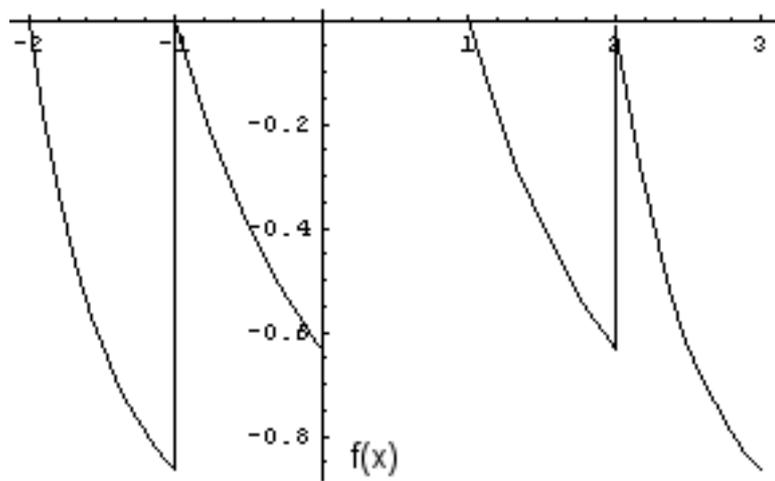
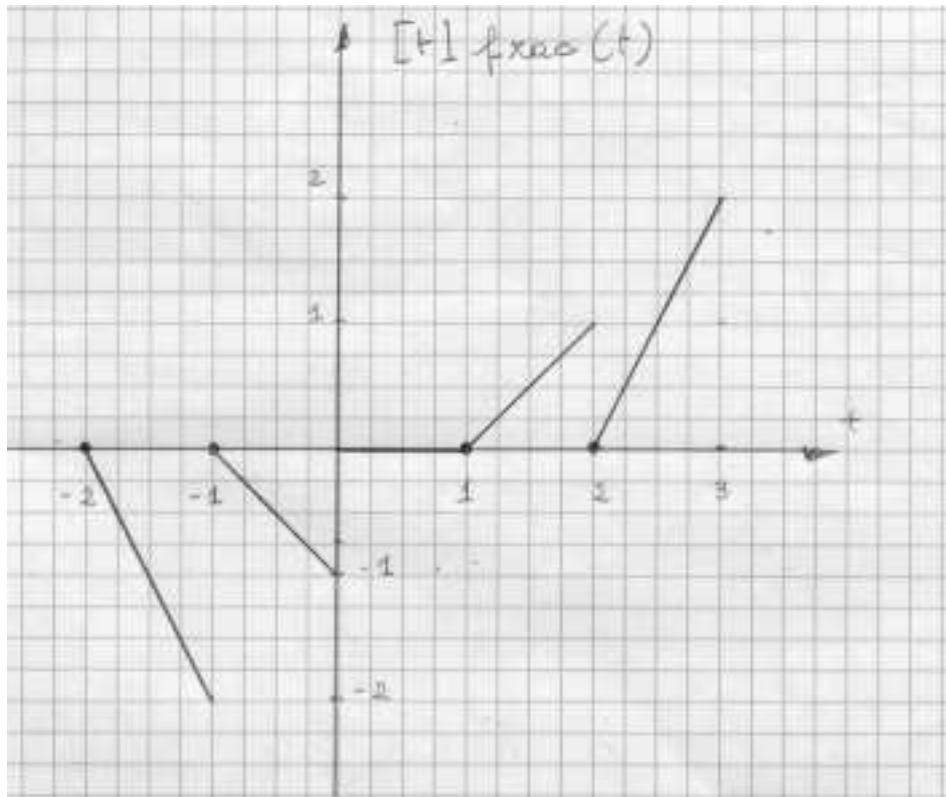
$$f(t) = 0 \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$f(1) = 0$$

$$f(t) = e^{-(t-1)} - 1 \quad 1 < t < 2$$

$$f(2) = 0$$

$$f(t) = e^{-2(t-2)} - 1 \quad 2 < t < 3$$



3.4 Esercizio 4

$$f(t) = \left| \operatorname{sgn}(t) + \left\lceil \frac{t}{2\pi} \right\rceil \right| \operatorname{sen} \left(\left(\operatorname{sgn}(t) + \left\lceil \frac{t}{2\pi} \right\rceil \right) t \right) \quad [-2\pi, 6\pi]$$

Risoluzione:

$$f(-2\pi) = 0$$

$$f(t) = 2\operatorname{sen}(-2t) = -2\operatorname{sen}(2t) \quad -2\pi \leq t \leq 0$$

$$f(0) = 0$$

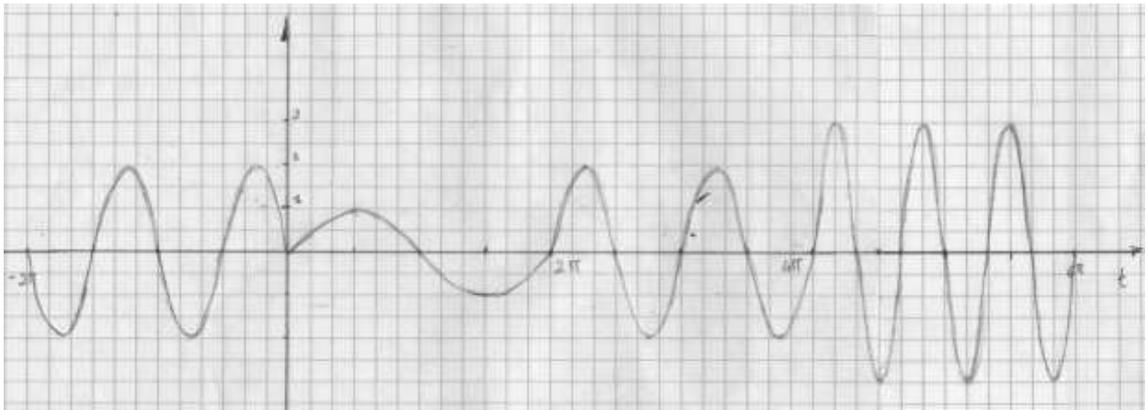
$$f(t) = \operatorname{sen}(t) \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$f(2\pi) = 0$$

$$f(t) = 2\operatorname{sen}(2t) \quad 2\pi \leq t \leq 4\pi$$

$$f(4\pi) = 0$$

$$f(t) = 3\operatorname{sen}(3t) \quad 4\pi \leq t \leq 6\pi$$



3.5 Esercizio 5

$$f(t) = \arcsen\left((-1)^{[t]} \text{frac}(t)\right) + \left| \text{sen}\left([t] \frac{\pi}{2}\right) \right| \arccos\left((-1)^{[t]} \text{frac}(t)\right) \quad (0, 4)$$

Risoluzione:

$$f(0) = 0$$

$$f(t) = \arcsen(\text{frac}(t)) \quad 0 \leq t < 1$$

$$f(1) = \frac{\pi}{2}$$

$$f(t) = \arcsen(-\text{frac}(t)) + \arccos(-\text{frac}(t)) = \frac{\pi}{2} \quad 1 \leq t < 2$$

$$f(2) = 0$$

$$f(t) = \arcsen(\text{frac}(t)) \quad 2 \leq t < 3$$

$$f(3) = \frac{\pi}{2}$$

$$f(t) = \arcsen(-\text{frac}(t)) + \arccos(-\text{frac}(t)) = \frac{\pi}{2} \quad 3 \leq t < 4$$

$$f(4) = 0$$

