

Prova di autovalutazione 3

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\log^2 x + 1}$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute.

2. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{\sqrt[3]{x}} \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\sin x} - 1 + \sqrt[3]{x}$$

3. Dimostrare che l'equazione

$$1 - x = \sin x^2$$

ammette almeno una soluzione tra 0 e 1.

4. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- Il massimo assoluto della funzione $f(x) = \frac{1}{x}$, sull'intervallo $[1, +\infty[$, esiste ed è uguale ad 1.
- Se una funzione f soddisfa le ipotesi del teorema degli zeri, allora f è limitata.
- Il tasso di crescita istantaneo di $N(t) = \frac{2^t}{\log 2}$ in $t = 3$ è $\frac{8}{\log 2}$.

È necessario giustificare i risultati ottenuti.