

Prova di autovalutazione 1

1. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{se } x > 0 \\ -x - 1 & \text{se } -4 < x \leq -1 \end{cases}$$

- disegnare il grafico;
- determinare dominio, immagine, eventuali punti di intersezione con gli assi e intervalli di monotonia;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$;
- determinare la soluzione dell'equazione $f(x) = 2$.

2. Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = 1 + |\sqrt{x} - 1|$$

3. Risolvere la disequazione

$$10^{3x^2-x} > 0,001$$

4. Dimostrare che, se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione crescente, allora $g(x) = e^{\arctan f(x)}$ è una funzione crescente.

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- Il dominio di $f(x) = \frac{1}{\log x}$ è l'intervallo $]0, +\infty[$.
- $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$.
- Se una funzione è iniettiva allora è invertibile.

È necessario giustificare i risultati ottenuti.