

Prova di autovalutazione 1

1. Data la funzione

$$f(x) = |\log |x||$$

- disegnare il grafico, utilizzando le trasformazioni sui grafici delle funzioni elementari;
- determinare dominio, immagine, eventuali punti di intersezione con gli assi e intervalli di monotonia;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $|\log |x|| = k$.

2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x^2}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + \sin x^2}{x^2}$$

3. Risolvere l'equazione

$$f(6x + 4) = f(2x^2 - 1)$$

dove $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione iniettiva.

4. Dimostrare che, se f è una funzione crescente, allora $-f$ è una funzione decrescente.

È necessario giustificare i risultati ottenuti.