

Monotonia

Esercizio 1. Utilizzando il teorema di monotonia delle funzioni composte, determinare gli intervalli di monotonia delle seguenti funzioni

a) $f(x) = e^{\sqrt{\arccos x}}$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 6}$

c) $f(x) = (\arctan x)^3 + 5$

d) $\log(|x| + 1)$

e) $f(x) = 3^{\frac{1}{x}}$

f) $f(x) = 0,5^{\frac{1}{x}}$

Esercizio 2. Risolvere le seguenti disequazioni

a) $\sqrt[3]{3x + 1} < \sqrt[3]{7x - 6}$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^{2x^2+x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{4-2x}$

c) $e^{2x^2+x+6} > e^{x+6}$

d) $\arctan \log_{\frac{2}{3}}(6x^2 + 1) \leq \arctan \log_{\frac{2}{3}}(3x^2 + 2)$

Esercizio 3. Dimostrare che se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione monotona, allora f è limitata.

Esercizio 4. Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = (a^2 - 1)x$ è strettamente decrescente.

Esercizio 5. Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la funzione $f(x) = \sqrt{e^{ax+5}}$ è strettamente decrescente.

Esercizio 6. Stabilire se l'insieme $G = \{(-1, 0), (0, 2), (3, 3), (5, 3)\}$ è il grafico di una funzione crescente.

Esercizio 7. Stabilire se l'insieme $G = \{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{N}\}$ è il grafico di una funzione crescente.

Esercizio 8. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false.

a) La funzione $f(x) = -x^5$ è decrescente.

b) La funzione $f(x) = \sin x$ è crescente su $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

c) La funzione $f(x) = |\sin x|$ è decrescente su $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.

d) La funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

è monotona.

e) La funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

è strettamente monotona.

f) La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ x + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

è strettamente crescente.

g) Tutte le funzioni lineari sono monotone.

h) Tutte le funzioni lineari sono strettamente monotone.