

Matematica - 16 Febbraio 2024

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

II Esonero       Appello

1. Data la funzione

$$f(x) = 2^{x^3-4x+1} \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- (solo appello) determinare, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

2. (solo appello) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 4 & x \geq 0 \\ -3x - 1 & -1 < x < 0 \end{cases} \quad (3 \text{ punti})$$

3. (solo appello) Stabilire se l'insieme  $\{x \in \mathbb{R} \mid \log_{\frac{1}{2}}(5x-1) > -1\}$  è un intervallo. (2 punti)

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^4}{x^4 + x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x^4 + x} \quad (5 \text{ punti})$$

5. Dimostrare che l'equazione

$$\sin x^2 + x^2 - 2 = 0 \quad (5 \text{ punti})$$

ammette almeno una soluzione maggiore di 1 e minore di 2.

6. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- Se  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  è una funzione derivabile allora  $g(x) = (x^2 - x)f(x)$  soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle;
- La funzione  $f(x) = \log(4 + \arctan x)$  è crescente.
- (solo appello) L'insieme  $\{x \in \mathbb{R} \mid 5x^2 - 2y + x = 0\}$  è il grafico di una funzione.

**Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.**