

Matematica - 2 Marzo 2023

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

II Esonero       Appello

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{100}{1 + e^{-3x}} \quad (10 \text{ punti})$$

- a) determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- b) disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- c) (solo appello) determinare, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = k$ .

2. (solo appello) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log_4 x & \text{se } x > 1 \\ 4 - 2x & \text{se } -3 < x \leq 1 \end{cases} \quad (3 \text{ punti})$$

3. (solo appello) Stabilire se l'insieme  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 + x + 1| \leq 0\}$  è un intervallo. (2 punti)

4. Studiare la continuità della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[5]{1+x^3} - 1}{\sin^3 x} & \text{se } x > 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad (5 \text{ punti})$$

5. Dimostrare che la funzione

$$f(x) = \arctan(x^2 + x) \quad (5 \text{ punti})$$

soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle sull'intervallo  $[0, 1]$  e determinare un suo punto critico.

6. Sia  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  è una funzione derivabile. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- a)  $g(x) = f(x) + 3$  è una funzione limitata;
- b) se  $f(0) \cdot f(1) < 0$  allora  $f(0.5) = 0$ .

**Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.**