

Matematica - 1 Febbraio 2024

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

II Esonero Appello

1. Data la funzione

$$f(x) = \arctan(xe^x) \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- (solo appello) determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. (solo appello) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = (0, 1)^x - 1 \quad \text{con } x \in [-2, 1] \quad (3 \text{ punti})$$

3. (solo appello) Stabilire se l'insieme $\{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{3x^2 - x - 4} \geq 0\}$ è un intervallo. (2 punti)

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{\log^2(1 + \sqrt{x})} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \log \sqrt{x} \quad (5 \text{ punti})$$

5. Dimostrare che l'equazione

$$2^{1-x} - x^2 - x = 0 \quad (5 \text{ punti})$$

ammette almeno una soluzione.

6. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- Se $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione continua allora $g(x) = e^{f(x)}$ è una funzione limitata;
- Il tasso di crescita medio della funzione \sqrt{x} sull'intervallo $[1, 3]$ è minore di 10^{-1} .

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.