

Matematica - 15 Febbraio 2023

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

II Esonero Appello

1. Data la funzione

$$f(x) = e^{2x^3 - 6x} \quad (10 \text{ punti})$$

- a) determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- b) disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- c) (solo appello) determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. (solo appello) Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = |x^4 - 1| \quad \text{con } x \in [-1, 1] \quad (3 \text{ punti})$$

3. (solo appello) Stabilire se l'insieme $\{x \in \mathbb{R} \mid \log(5x - 9) < 0\}$ è un intervallo. (2 punti)

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2)}{x^4} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \log(1 + x^2) \sin\left(\frac{1}{x^4}\right) \quad (5 \text{ punti})$$

5. Dimostrare che l'equazione

$$4x^{10} - 10x^4 + 2x - 1 = 0 \quad (5 \text{ punti})$$

ammette almeno una soluzione strettamente positiva.

6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione derivabile. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- a) $g(x) = f(\arcsin x)$ è una funzione limitata;
- b) f è monotona.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.