

Matematica - 04 Febbraio 2022

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

II Esonero       Appello

1. Data la funzione

$$f(x) = xe^x \quad (10 \text{ punti})$$

- a) determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- b) disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- c) (solo appello) determinare, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni dell'equazione  $xe^x = k$ .

2. (solo appello) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 - 3x} - 3x \quad (5 \text{ punti})$$

3. (solo appello) Risolvere la disequazione

$$f(\log_2(6x - 1)) < f(0) \quad (5 \text{ punti})$$

dove  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente.

4. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{x} & \text{se } 0 < x \leq 4 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases} \quad (5 \text{ punti})$$

stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- a)  $f$  è continua;
- b)  $f$  è limitata.

5. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile. Dimostrare che, se  $a$  è un punto critico di  $f$ , allora è un punto critico della funzione composta  $g(x) = \arctan f(x)$ . (5 punti)

**Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.**