

I esonero di Matematica - 27 Novembre 2023

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. (10 punti) Data la funzione

$$f(x) = \left| \left(\frac{2}{5} \right)^x - 1 \right|$$

- disegnare il grafico, utilizzando le trasformazioni sui grafici delle funzioni elementari;
- determinare dominio, immagine ed eventuali punti di intersezione con gli assi;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. (8 punti) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sqrt[3]{1-x^2} & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{\log x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

3. (6 punti) Risolvere la disequazione

$$\arctan(2x^2 + 5x) \leq 0$$

4. (6 punti) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- L'immagine della funzione $f(x) = x^2$ ristretta all'insieme \mathbb{N} è un intervallo;
- tutte le funzioni lineari sono ingettive;
- l'equazione $\sin x = (0.1)^{-2}$ non ha soluzioni.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.