

I esonero di Matematica - 13 Dicembre 2022

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. (10 punti) Data la funzione

$$f(x) = \left| \arctan x + \frac{\pi}{4} \right|$$

- disegnare il grafico, utilizzando le trasformazioni sui grafici delle funzioni elementari;
- determinare dominio, immagine, eventuali punti di intersezione con gli assi e intervalli di monotonia;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. (8 punti) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x+1) \log x & \text{se } x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x}} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

calcolare, se esistono, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

3. (6 punti) Risolvere la disequazione

$$\sqrt[4]{x^2 + 2x + 16} \geq 2$$

4. (6 punti) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- la funzione $f(x) = \log_{0,2}(2^x + 3)$ è monotona decrescente;
- la funzione $f(x) = |x|$ è ingettiva.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.