

I esonero di Matematica - 09 Dicembre 2021

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. (10 punti) Data la funzione

$$f(x) = |5^x - 5|$$

- disegnare il grafico, utilizzando le trasformazioni sui grafici delle funzioni elementari;
- determinare dominio, immagine, eventuali punti di intersezione con gli assi e intervalli di monotonia;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $|5^x - 5| = k$.

2. (10 punti) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(e^{4x} - 1)}{x^3 + 6x^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\arcsin(e^{4x} - 1)}{x^3 + 6x^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\arcsin(e^{4x} - 1) + e^{|x|}}{x^3 + 6x^4}$$

3. (5 punti) Risolvere la disequazione

$$f(\sqrt{2x^2 + 3}) > f(2)$$

dove $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente.

4. (5 punti) Stabilire se la funzione $f(x) = \arctan(2 + \log_{0,5} x)$

- è monotona;
- è ingettiva;
- è limitata.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.