Calcolo di limiti 1

Esercizio 1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}(5x+6)\log x$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to +\infty}(5x+6)\log x$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to -\infty}(5x+6)\log |x|$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\log_2(x+6)$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{1+\log_2 x}{2+\log_2 x}$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to 1^-}\log\left(1-\log(1-x)\right)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\frac{3x-4}{2}(1-x^4)$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{3x-4}{2}\right)^4(1-x^4)$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to +\infty}2^{3x(1-x^4)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\frac{e^x+e^{-x}}{e^{-x}}$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to \frac{1}{3}}\left(\frac{2}{5}\right)^{-3x}$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to 0}\log_{0,5}|x^2+2^x-1|$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 3}\arccos\sqrt{\frac{x-3}{x+5}}$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{5x+\arctan x}{\cos x}$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\arcsin 5^{-x^3}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 4}(\sqrt{x})^{\frac{1}{x-2}}$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\sqrt[3]{x+\sqrt[3]{x}}$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to -\infty}\sqrt[4]{|x+\sqrt[3]{x}|}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\arctan(3^x-2)$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to +\infty}x+\arctan(3^x-2)$ $\quad\displaystyle\lim_{x\to +\infty}3^{\arctan x}-2$

Esercizio 2. Data la funzione $f\,:]0,+\infty]\to\mathbb{R}$, definita ponendo

$$f(x)=\begin{cases}3^x & \text{se } x\geq 2\\[2ex] x^3+1 & \text{se } 0<x<2\end{cases}$$

calcolare, se esistono,

$$\lim_{x\to 0^+}f(x)\qquad\lim_{x\to 2}f(x)\qquad\lim_{x\to +\infty}f(x)$$

Esercizio 3. Data la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, definita ponendo

$$f(x)=\begin{cases}1 & \text{se } x\neq 0\\[2ex] 0 & \text{se } x=0\end{cases}$$

calcolare, se esistono

$$\lim_{x\to -\infty}f(x)\qquad\lim_{x\to 0}f(x)\qquad\lim_{x\to +\infty}f(x)$$

Esercizio 4. Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definita ponendo

$$f(x) = \begin{cases} \arccos x^2 & \text{se } x \in [-1, 1] \\ \\ \sqrt[5]{x} & \text{se } x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[\end{cases}$$

calcolare, se esistono,

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) \qquad \lim_{x \to 0} f(x) \qquad \lim_{x \to 1} f(x)$$

Esercizio 5. Stabilire per quale valore del parametro $a \in \mathbb{R}$ è verificato il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{5 - ax + a}{3^x - x^2} = -1$$

Esercizio 6. Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \to 3} \sqrt{1 + \log_2(x^2 - 1)} = a^2 - 1$$

Domandine. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

a) Se $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ ha senso parlare di $\lim_{x \to 1} f(x)$.

b) Se $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R}$ ha senso parlare di $\lim_{x \to 0} f(x)$.

c) Se $f(x) = 2$ in un intorno di $\bar{x} = -1$, allora $\lim_{x \to -1} f(x) = 2$.

d) Se $\lim_{x \to -1} f(x) = 2$ allora $f(x) = 2$ in un intorno di $\bar{x} = -1$.

e) Se $\lim_{x \to \bar{x}} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to \bar{x}} g(x) = +\infty$ allora $\lim_{x \to \bar{x}} \dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$.

f) Se $\lim_{x \to \bar{x}} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to \bar{x}} g(x) = +\infty$ allora $\lim_{x \to \bar{x}} \dfrac{g(x)}{f^2(x)}$ è una forma indeterminata.

g) $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$ per ogni funzione f.