

Calcolo di limiti 4

Limiti notevoli e stime asintotiche

Esercizio 1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{4x \tan x}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x^3 - x) \sin x}{\log_3(x + 1)}$$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x} - 1}{\sqrt[6]{1+x} - 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x^2 + x^7)}{1 - \cos x}$$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin x)}{2^{\sin x} - 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - \cos x)}{\arctan(1 - \cos x)}$$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^3(2x)}{(2x + 1) \sin 2x}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5^{x^2+x} - 1) \log_5(1 + x^2 + x)}{\sin^5 x}$$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\tan^4(x - 2)}{1 - \cos(x - 2)}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 + \sin^2(x - 1)} - 1}{\arctan \sin(x - 1)}$$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 1) \arcsin \frac{1}{(x^2 + 1)}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{\frac{4}{x+1}} - 1 \right) \frac{3x^2}{x + 1}$$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^3}{\log(2x - 1)}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{\sqrt{x} - 1}$$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\log(1 + x)|}{\sin |x|}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\log(1 + x)|}{\sin x}$$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 4x) (\log(2x + 3) - \log(2x - 3))$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \sqrt{\frac{2}{x^2} + 1} - x^2$$

l) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 5 \sin x)^{\frac{5}{x}}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{6x + 2}{6x + 1} \right)^{\frac{x^2}{x+1}}$$

Esercizio 2. Ordinare, secondo la gerarchia degli infiniti

$$\sqrt[500]{x^{10^3}} \quad 2^x \quad x^2 \quad \log_2(2^x) \quad \text{per } x \rightarrow +\infty$$

Esercizio 3. Dimostrare che, per $x \rightarrow 0$, la funzione $f(x) = x^5 + 3x^4 + 2x$ è un infinitesimo equivalente a $2x$.

Esercizio 4. Dimostrare che, per $x \rightarrow +\infty$, la funzione $f(x) = x^5 + 3x^4 + 2x$ è un infinito equivalente a x^5 .

Esercizio 5. Dimostrare che, per $x \rightarrow +\infty$, le funzioni $f(x) = e^{x^2+x}$ e $g(x) = e^{x^2}$ NON sono infiniti equivalenti.