Calcolo di limiti 1

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti

1.1	$\lim_{x\to 0^+}(5x+6)\log x$	$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x-4}{2}(1-x^4)$	$\lim_{x\to 1}\frac{1+\log_2 x}{2+\log_2 x}$
1.2	$\lim_{x\to 3}\arccos\sqrt{\frac{x-3}{x+5}}$	$\lim_{x\to\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{5}\right)^{-3x}$	$\lim_{x\to\frac{3}{2}\pi}\frac{\sin x}{x}$
1.3	$\lim_{x\to 2}\log_2(x+6)$	$\lim_{x\to 0}\frac{5x+\arctan x}{\cos x}$	$\lim_{x\to 1^-}\log\left(1-\log(1-x)\right)$
1.4	$\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\log_2 x}{2+\log_2 x}$	$\lim_{x\to 0^-}\frac{6}{x^3}$	$\lim_{x\to-\infty}\frac{6}{x^3}$
1.5	$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+e^{-x}}{e^{-x}}$	$\lim_{x\to-3}\frac{x^2+4x+3}{3x^2+7x-6}$	$\lim_{x\to-4}\frac{x+1}{x+4}$
1.6	$\lim_{x\to 1}\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$	$\lim_{x\to 1}\sqrt[3]{\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}}$	$\lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}}$
1.7	$\lim_{x\to 4}\frac{x^2+8x+16}{x-4}$	$\lim_{x\to 1}2^{\frac{1}{x^2-3x+2}}$	$\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x^2-3x+2}}$
1.8	$\lim_{x\to 1}\frac{2x-4}{4^x-4}$	$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^4-16}$	$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-4}{x^4-16}$
1.9	$\lim_{x\to+\infty}\frac{12x^5-3x^4+2x-2}{3x^5+2x^3-x}$	$\lim_{x\to-\infty}\frac{-3x^9+2x^5-10}{9x^3+1}$	$\lim_{x\to+\infty}\log_3\left(\frac{9x^2+1}{3x+x^2}\right)$
1.10	$\lim_{x\to-\infty}\frac{(x+6)^2}{(2x+1)^2}$	$\lim_{x\to+\infty}\sin\left(\frac{\pi x^2+2x-1}{2x^2}\right)$	$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+6x+7}-x$
1.11	$\lim_{x\to+\infty}e^{\sqrt{x-4}-\sqrt{x}}$	$\lim_{x\to+\infty}\frac{8x+2}{2x-\sqrt{4x^2+3}}$	$\lim_{x\to+\infty}\frac{6^x+x^6-1}{5^x+x^2}$
1.12	$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}+x^4}{\sqrt[3]{x}+x^4}$	$\lim_{x\to-\infty}\frac{\pi^x}{x}$	$\lim_{x\to+\infty}\frac{\pi^x}{x}$
1.13	$\lim_{x\to 0}x^4\log x$	$\lim_{x\to 1^+}3^{(2x-2)\log(x-1)}$	$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}+x^4}{\sqrt[3]{x}+x^4}$

Esercizio 2. Calcolare, al variare di $a \in \mathbb{Z}$, il seguente limite

$$\lim_{x \to 1} \frac{1}{|x-1|^a}$$

Esercizio 3. Stabilire per quale valore del parametro $a \in \mathbb{R}$ è verificato il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2ax^2 - 1}{-x^2} = -1$$

Esercizio 4. Calcolare, al variare di $a \in \mathbb{Q}$, il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{5x^2 + x^a}{3x^3 + x}$$

Esercizio 5. Data la funzione $f :]0, +\infty] \to \mathbb{R}$, definita ponendo

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 9 & \text{se } x \geq 2 \\ x^3 & \text{se } 0 < x < 2 \end{cases}$$

calcolare

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) \qquad \lim_{x \to 2} f(x) \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x)$$

Esercizio 6. Ordinare, secondo la gerarchia degli infiniti,

$$4^x \qquad 4^{-x} \qquad 3x^3 + 2x \qquad x^3 \log x \qquad \frac{1}{x^2} \qquad \text{per } x \to +\infty$$

Domandine. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

a) Se $\lim_{x \to \bar{x}} f(x) = l \in \mathbb{R}$ allora la funzione f è limitata in un intorno di $\bar{x}$.

b) Se $f(x) = 2$ in un intorno di $\bar{x} = -1$ ed $f(-1) = 0$, allora $\lim_{x \to -1} f(x)$ non esiste.

c) Se $f(x) = 2$ in un intorno di $\bar{x} = -1$ ed $f(-1) = 0$, allora $\lim_{x \to -1} f(x) = 2$.

d) Se $\lim_{x \to \bar{x}} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to \bar{x}} g(x) = +\infty$ allora $\lim_{x \to \bar{x}} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$.

e) Se $\lim_{x \to \bar{x}} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to \bar{x}} g(x) = +\infty$ allora $\lim_{x \to \bar{x}} \frac{g(x)}{f^2(x)}$ è una forma indeterminata.