

## Funzioni reali di variabile reale 2

**Esercizio 1.** Partendo dal grafico della funzione  $f$  nella figura 1, associare alle funzioni  $f(|x|)$ ,  $f(x) + 2$  e  $-4 - f(x)$ , i grafici della figura 2.

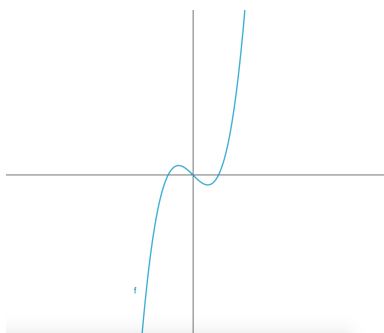


fig.1

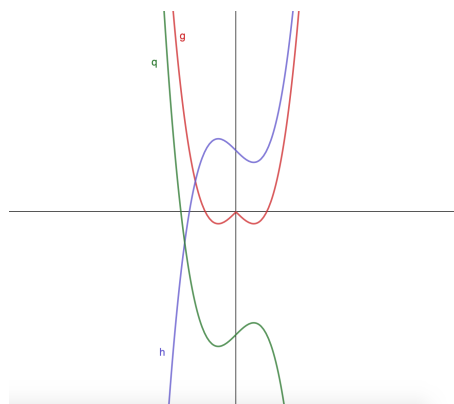


fig.2

**Esercizio 2.** Utilizzando le operazioni sui grafici, tracciare il grafico delle seguenti funzioni

$$f(x) = -\log_{\frac{1}{3}} |x|$$

$$f(x) = |x^6 - 4|$$

$$f(x) = e^x + 2$$

$$f(x) = 1 - \sqrt[3]{x}$$

$$f(x) = -|x + 4|$$

$$f(x) = |1 - |x + 4||$$

**Esercizio 3.** Tracciare il grafico delle seguenti funzioni definite a tratti

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin x & \text{se } x > 0 \\ 1 - x^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \geq 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3^{|x|} & \text{se } x \neq 0 \\ -2 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 4.** Determinare, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni delle seguenti equazioni

$$|x^5 - 1| = k \qquad \sin x = 2k + 3$$

**Esercizio 5.** Data l'equazione

$$\frac{1}{x} - 2^x + 2 = 0$$

determinare, graficamente, il numero di soluzioni ed il loro segno.

**Esercizio 6.** Risolvere, graficamente, la disequazione

$$|x| \geq x^{100}$$

**Esercizio 7.** Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan x & \text{se } x > 0 \\ -2x - 3 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

risolvere le equazioni  $f(x) = -4$  e  $f(x) = 5$ .

**Esercizio 8.** Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } 1 < x < 3 \\ 1 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ -x & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$$

risolvere le equazioni  $f(x) = 1$ ,  $f(x) = 2$  e la disequazione  $f(x) > 2$ .

### Domandine.

- Se  $f$  è una funzione surgettiva, anche la funzione  $f + 1$  è surgettiva? E la funzione  $-f$ ?
- Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione iniettiva. La funzione  $g(x) = f(|x|)$  è iniettiva?
- Se  $f$  è una funzione definita sull'intervallo  $[0, 1]$ , dove è definita la funzione  $g(x) = |f(x)|$ ?
- Se  $f$  è una funzione definita sull'intervallo  $[0, 1]$ , dove è definita la funzione  $g(x) = f(|x|)$ ?
- Se l'immagine di una funzione  $f$  è data dall'intervallo  $[-2, +\infty[$ , è possibile definire la funzione composta  $g(x) = \log f(x)$ ?
- Se l'immagine di una funzione  $f$  è data dall'intervallo  $[-2, +\infty[$ , è possibile definire la funzione composta  $g(x) = \sqrt{|f(x)|}$ ?

**Nota:** Sono “esercizi Zen”... è opportuno partire dai grafici delle funzioni elementari e ragionare con calma.