

Funzioni reali di variabile reale 2

Esercizio 1. Partendo dal grafico della funzione f nella figura 1, associare alle funzioni $f(|x|)$, $f(x) + 2$ e $-4 - f(x)$, i grafici della figura 2.

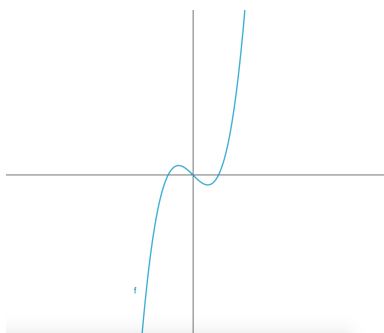


fig.1

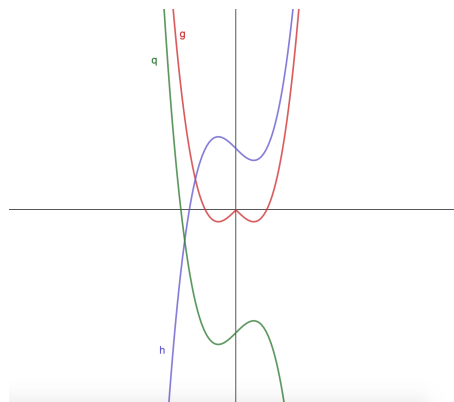


fig.2

Esercizio 2. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni

$$f(x) = -\log_{\frac{1}{3}} |x|$$

$$f(x) = |x^6 - 4|$$

$$f(x) = e^x + 2$$

$$f(x) = 1 - \sqrt[3]{x}$$

$$f(x) = -|x + 4|$$

$$f(x) = |1 - |x + 4||$$

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin x & \text{se } x > 0 \\ 1 - x^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \geq 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Determinare, inoltre, dominio, immagine, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali simmetrie, intervalli di monotonia.

Esercizio 3. Utilizzando la definizione ed il teorema di monotonia delle funzioni composte, verificare la monotonia delle seguenti funzioni

$$f(x) = \arctan(\sqrt{x} + 3) \quad f(x) = 2^{\arccos x^3}$$

$$f(x) = \sqrt[5]{e^{-x+1}} \quad f(x) = |x| + \log x$$

Esercizio 4. Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione decrescente. Dimostrare che la funzione $g(x) = e^{f(x)}$ è decrescente.

Esercizio 5. Determinare, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni delle seguenti equazioni

$$|x^5 - 1| = k \qquad \sin x = 2k + 3$$

Esercizio 6. Data l'equazione

$$\frac{1}{x} - 2^x + 2 = 0$$

determinare, graficamente, il numero di soluzioni ed il loro segno.

Esercizio 7. Risolvere, graficamente, la disequazione

$$x^2 \leq \sqrt[4]{x}$$

Esercizio 8. Determinare il dominio delle seguenti funzioni

$$f(x) = x^4 + \log x \qquad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2} \qquad f(x) = \arcsin x + \sqrt{x}$$

Domandine.

- Una funzione monotona è sempre ingettiva? Cambia qualcosa se la funzione è strettamente monotona?
- Esistono funzioni pari e ingettive?
- Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione limitata. La funzione $g(x) = (f(x))^3$ è limitata?
- La funzione $f(x) = \sin(2^x + 1)$ è limitata?
- La funzione $f(x) = 2^{\sin x}$ è limitata?