

## Numeri reali e loro proprietà

**Esercizio 1.** Stabilire se i seguenti insiemi sono intervalli

- a)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 3x - 1 < 0\}$
- b)  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 16x^2 + 8x + 1 \leq 0\}$
- c)  $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 9 \geq 0\}$
- d)  $D = [-1, 3] \cup \{2\pi\}$
- e)  $E = [-1, 3] \cup \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$
- f)  $F = \mathbb{Q} \cap [\sqrt{2}, +\infty[$
- g)  $G = \{2x \in \mathbb{R} \mid x \in [1, 3]\}$
- h)  $H = \{-x \in \mathbb{R} \mid x \in [1, 3]\}$

**Esercizio 2.** Dati gli insiemi  $A = ]-\infty, 1]$ ,  $B = \left]2, \frac{5}{2}\right[ \cup \{3\}$  e  $C = [\sqrt{11}, +\infty[$ , determinare

$$A \cap B \quad B \cap C \quad (B \cap C) \cup A \quad A \cap C$$

e rappresentarli sulla retta reale. Stabilire, inoltre, se sono insiemi limitati.

**Esercizio 3.** Rappresentare sulla retta reale l'insieme dei numeri  $n \in \mathbb{N}$  tali che

$$-n^2 + 6n - 5 > 0$$

**Esercizio 4.** Stabilire se

$$\{1, 2, 3\} \subset \{x \in \mathbb{R} \mid 5x + 7 \geq 0\}$$

**Esercizio 5.** Determinare unione ed intersezione dei seguenti insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 3(x - 1) - 2x < 5 - 6x\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x + 1}{2} - \frac{1 - x}{4} \geq 0\right\}$$

**Esercizio 6.** Siano  $A$  e  $B$  due sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  tali che  $A \subset B$ . Dire quali delle seguenti affermazioni sono vere.

- a) Se  $A$  è limitato allora  $B$  è limitato;
- b) Se  $B$  è limitato allora  $A$  è limitato;
- c) Se  $B$  è limitato allora  $A \cup B$  è limitato.
- d) Se  $B$  è limitato allora  $A \cap B$  è limitato.
- e) Se  $B \subset [0, 1]$  allora  $A$  è limitato.
- f) Se  $[1, +\infty[ \subset A$  allora  $B$  non è limitato.

**Domandine.**

- a) Un intervallo limitato è un insieme limitato?
- b) L'unione di due intervalli è un intervallo? E l'intersezione?
- c) L'insieme vuoto è un intervallo?
- d) L'insieme  $\mathbb{R}$  è un intervallo?
- e) È possibile scrivere  $\sqrt{2}$  come rapporto tra due numeri interi?
- f) Il quadrato di un numero razionale è ancora un numero razionale?
- g) Se  $x \leq y < 0$ , in quale ordine sono  $-2x$ ,  $-2y$  e  $0$ ?
- h) Se  $x \leq y < 0$ , in quale ordine sono  $|x|$ ,  $|y|$  e  $0$ ?