Derivabilità 2

Esercizio 1. Determinare, se esistono, il massimo assoluto ed il minimo assoluto delle seguenti funzioni

a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1 \qquad \text{su } [-2, 3]$

b) $f(x) = \arctan(2x^3 - 3x^2 - 12x + 1) \qquad \text{su } [-2, 3]$

c) $f(x) = (1 + x^2)^{10}$

d) $f(x) = \sqrt{1 + x^2} \qquad \text{su } [-1, \sqrt{8}]$

e) $f(x) = e^x + 1$

Esercizio 2. Stabilire se le seguenti funzioni soddisfano le ipotesi del teorema di Rolle e, in tal caso, determinare i punti che verificano la tesi.

a) $f(x) = x^2 - 6x + 6 \qquad \text{su } [1, 5]$

b) $f(x) = |x + 2| \qquad \text{su } [-4, 0]$

c) $f(x) = (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x \qquad \text{su } [1, 4]$

Esercizio 3. Stabilire se è possibile applicare il teorema di Lagrange alle seguenti funzioni

a) $f(x) = 4x^4 - 5x^2 \qquad \text{su } [0, 1]$

b) $f(x) = \dfrac{2x}{3 - x^2} \qquad \text{su } [2, 4]$

c) $f(x) = \arcsin x \qquad \text{su } [-1, 1]$

d) $f(x) = \sqrt{x - 3} \qquad \text{su } [3, 7]$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x - 3} \qquad \text{su } [2, 7]$

Esercizio 4. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e tale che

i) $f(0) = 1$;

ii) $f'(x) \geq 0$ per ogni $x \geq 0$.

Dimostrare che $f(x) \geq 1$ per ogni $x \geq 0$.

Esercizio 5. Dimostrare, utilizzando il Teorema di Lagrange, che

$$|\sin a - \sin b| \leq |a - b|$$

per ogni $a, b \in \mathbb{R}$.