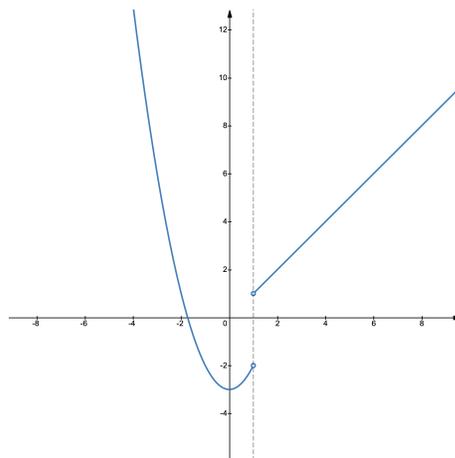
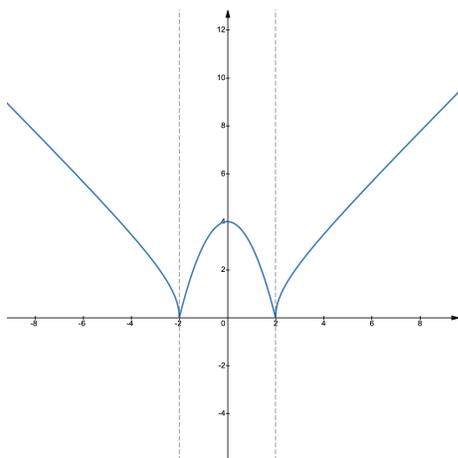
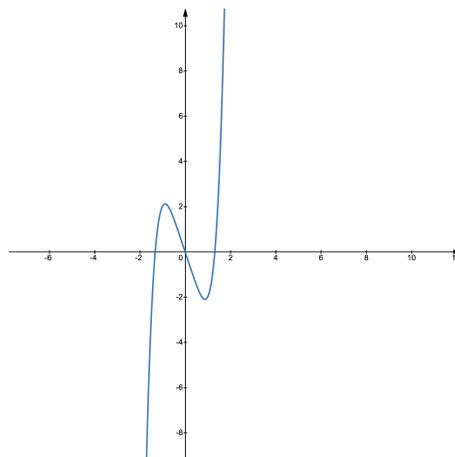
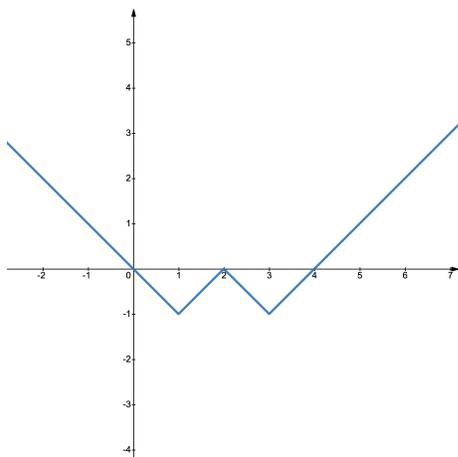


## Derivabilità 1

**Esercizio 1.** Stabilire se i seguenti grafici rappresentano funzioni derivabili



**Esercizio 2.** Disegnare il grafico di una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile e tale che  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 3$ ,  $f'(1) = 0$  e  $f'(2) = -1$ .

**Esercizio 3.** Determinare l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni

- $f(x) = \sqrt[4]{x}$  in  $\bar{x} = 4$
- $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3x$  in  $\bar{x} = -2$
- $f(x) = \sqrt{x}$  in  $\bar{x} = 4$
- $f(x) = \log(1 + \log x)$  in  $\bar{x} = 1$

**Esercizio 4. (Funzione logistica)**

Supponendo che l'evoluzione di una popolazione nel tempo  $t$ , misurato in giorni, sia modellata dalla funzione

$$N(t) = \frac{1600}{1 + 99e^{-0,4t}}$$

calcolare il tasso di crescita medio nei primi 5 giorni.

**Esercizio 5.** L'equazione oraria di una particella che si muove lungo una linea retta è data da

$$s(t) = t^2 - 8t + 18$$

dove lo spostamento  $s$  è misurato in metri ed il tempo  $t$  in secondi.

Calcolare

- a) la velocità media nell'intervallo di tempo  $[3.5, 4]$ ;
- b) la velocità istantanea per  $t = 4$ .

**Esercizio 6.** Dimostrare, utilizzando la definizione, che la funzione  $f(x) = x^2|x|$  è derivabile in  $\bar{x} = 0$ .

**Esercizio 7.** Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione derivabile. Dimostrare che  $\bar{x} = 0$  è un punto critico della funzione composta  $f(x) = g(x^2)$ .

(**Suggerimento:** derivabilità delle funzioni composte...)

**Esercizio 8.** Siano  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ed  $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  due funzioni derivabili. Dimostrare che, se  $a$  è un punto critico di  $h$  allora  $a$  è un punto critico della funzione composta  $f(x) = g(h(x))$ .

**Domandine.**

- a) È possibile calcolare la derivata di una funzione  $f$  in un punto isolato del suo dominio?
- b) Esistono funzioni derivabili e non continue?
- c) Esistono funzioni non derivabili in alcun punto?
- d) La funzione composta di due funzioni derivabili è una funzione continua?