

Matematica - 26 Febbraio 2025

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \log(x^4 + x^2 + 1) \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = -1$.

2. Determinare l'immagine della funzione

$$f(x) = \begin{cases} |\sqrt{x} - 2| & \text{se } x \geq 0 \\ x + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (5 \text{ punti})$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - 3x^2 + 2}{x^4 - 6x} \cos x \quad (5 \text{ punti})$$

4. Dimostrare che la seguente equazione ammette almeno una soluzione

$$\arctan(\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}) - 3x + 1 = 0 \quad (5 \text{ punti})$$

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- L'insieme $G = \{(2, -1), (3, 1), (2, 1)\}$ è il grafico di una funzione.
- La funzione $f(x) = e^{x^3+2}$, definita su $[0, 2]$, ha valore massimo e^2 e valore minimo e^{10} .
- Il tasso di crescita medio della funzione $f(x) = 10^x$ sull'intervallo $[1, 6]$ è maggiore di 10^5 .

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.