

Matematica - 26 Febbraio 2024

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x^3-8x} \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. Determinare l'immagine della funzione $f(x) = |\log x| - 1$ e calcolare, se esistono il massimo ed il minimo di f sull'intervallo $[1, 3]$. (5 punti)

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \arctan \left(\frac{e^{x^3} - 1}{x^3 + x} \right) \quad (5 \text{ punti})$$

4. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = e^{3x} + e^{2x} + e^x$ nel punto P di ascissa $x_P = 0$. (5 punti)

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- se $a < b$ allora $e^{b-a} < 1$;
- la funzione $f(x) = \frac{1}{x+4}$ è continua;
- se a è un punto critico (o stazionario) della funzione f allora a è un punto critico della funzione $g(x) = f(x)^4$.

Nell'esercizio 3, gli studenti degli anni accademici precedenti al 21/22 possono sostituire la funzione arcotangente con la funzione radice cubica.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.