

Matematica - 5 Dicembre 2023

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[5]{x^3 + 3x^2} \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. Dimostrare, senza utilizzare la derivata, che la seguente funzione è monotona

$$f(x) = \arctan e^{x^5} \quad (4 \text{ punti})$$

3. Calcolare uno dei seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(5x^4 - 7x^3) - \log(x^5 - 3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin x^2)}{x^3 - x^2} \quad (6 \text{ punti})$$

4. Stabilire se la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{x^2}$ in $x_0 = 1$ è parallela alla retta di equazione $y + 2x = 0$. (5 punti)

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- La funzione $f(x) = e^x$ è limitata su $[0, 1[$.
- Se f soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle allora soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass.

Nell'esercizio 2, gli studenti degli anni accademici precedenti al 21/22 possono sostituire la funzione arcotangente con la funzione radice quadrata.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.