

Matematica - 13 Dicembre 2022

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1} \quad (13 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{5x^3 + 2x + 1}{5x^3 - 1}} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \log \left| \sqrt{\frac{5x^3 + 2x + 1}{5x^3 - 1}} - 1 \right| \quad (6 \text{ punti})$$

3. Stabilire se, la seguente funzione

$$f(x) = \sqrt{4 - 4x^2} \quad (5 \text{ punti})$$

soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass.

4. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (6 punti)

- La retta tangente al grafico di $f(x) = e^x$ nel punto di ascissa $\bar{x} = 0$ è parallela alla retta di equazione $y - x + 5 = 0$.
- L'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 - y - 1 = 0\}$ è il grafico di una funzione.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.