

Matematica - 8 Novembre 2023

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{6x^2 - 1}{x^2 - x} \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. Risolvere l'equazione $f(x) = -1$ dove

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (4 \text{ punti})$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{x^2 + 1}} \quad (6 \text{ punti})$$

4. Dimostrare che la funzione

$$f(x) = \sqrt[4]{2x - x^2} \quad (5 \text{ punti})$$

soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle su $[0, 2]$

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- La funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ è limitata su $[0, +\infty[$.
- Se f è una funzione derivabile allora anche f^2 è derivabile.
- La funzione $f(x) = (0,01)^{3x+1}$ è crescente.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.