

Matematica - 24 Settembre 2025

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[5]{x^3 - 3x^2 + 2x} \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = -1$.

2. Studiare graficamente la disequazione

$$|\log x| > -x \quad (5 \text{ punti})$$

3. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \cos x}{x} \quad (5 \text{ punti})$$

4. Dimostrare che la funzione

$$f(x) = \left(\frac{2}{9}\right)^{2x^2 - 4x}$$

soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle su $[0, 2]$ e determinare un suo punto critico.

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- La funzione $f(x) = \arctan x^2$ è invertibile.
- Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione continua allora $g(x) = f(\sqrt{5 - x^2})$ è una funzione limitata.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.