

Matematica - 27 Settembre 2023

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \arctan(5x^2 - 10x) \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. Determinare l'immagine della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & \text{se } x \geq 1 \\ 2 & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases} \quad (4 \text{ punti})$$

3. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^4 + 5x^3}{x^2 + 1} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^4 + 5x^3}{x^2 + e^x} \quad (6 \text{ punti})$$

4. Dimostrare che l'equazione

$$x^9 - x^8 + 1 = 0 \quad (5 \text{ punti})$$

ammette almeno una soluzione negativa.

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- La funzione $f(x) = x^2|x|$ è derivabile in $a = 0$;
- Ogni funzione definita su un insieme limitato è limitata;
- Se $a < b$ allora $(0, 01)^a < (0, 01)^b$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.