

Matematica - 10 Luglio 2025

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Data la funzione

$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(1 - x^4) \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare, l'immagine di  $f$ .

2. Determinare il massimo assoluto e il minimo assoluto della funzione

$$f(x) = x^3 + 8x \quad \text{su} \quad \left[-1, \frac{2}{3}\right] \quad (5 \text{ punti})$$

3. Determinare, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il numero di soluzioni dell'equazione

$$|\sqrt{x} - 4| = k \quad (5 \text{ punti})$$

4. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\log(\sin x + 1)} \quad (5 \text{ punti})$$

5. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- L'insieme  $G = \{x \in \mathbb{R} \mid 10^x \geq 0,001\}$  è un intervallo.
- Esistono funzioni strettamente monotone, ma non ingettive.
- Se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è una funzione derivabile tale che  $f(0) = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$  allora l'equazione  $f(x) = 0$  ammette almeno una soluzione positiva.

**Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.**