

Matematica - 17 Luglio 2023

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Data la funzione

$$f(x) = \log_{0,5}(x^2 - 1) \quad (10 \text{ punti})$$

- determinare dominio, eventuali intersezioni con gli assi, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;
- disegnare un grafico probabile, utilizzando le informazioni ottenute;
- determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = k$.

2. Determinare i punti di massimo e di minimo relativo della funzione

$$f(x) = \frac{8}{3}x^3 + 3x^2 - 5x \quad (4 \text{ punti})$$

3. Risolvere graficamente la disequazione

$$x^2 > \sqrt[4]{x} \quad (3 \text{ punti})$$

4. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 1} - 2x \quad (4 \text{ punti})$$

5. Dimostrare che la funzione

$$f(x) = e^{x^2-x} \quad (4 \text{ punti})$$

soddisfa le ipotesi del Teorema di Rolle sull'intervallo $[0, 1]$ e determinare un suo punto critico.

6. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false: (5 punti)

- La funzione $f(x) = 5$ è limitata;
- La funzione $g(x) = 5x$ è limitata;
- La funzione $h(x) = \arctan(1 + \log x)$ è monotona decrescente.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.