

POLITECNICO DI BARI - Laurea triennale in INGEGNERIA GESTIONALE

Programma del Corso di ANALISI MATEMATICA (Corso B) a.a. 2009/2010

Dott.ssa S. Milella

NUMERI REALI

Cenni di teoria degli insiemi. Numeri naturali, interi e razionali. Assiomi dei numeri reali e conseguenze. Proprietà archimedea dei numeri reali. Densità di \mathbb{Q} in \mathbb{R}^* . Principio di induzione. Il binomio di Newton. Intervalli e loro proprietà. Insiemi separati, insiemi contigui. Maggioranti, minoranti, estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo di un insieme numerico: definizioni e caratterizzazioni. Teorema sull'esistenza dell'estremo superiore*.

NUMERI COMPLESSI

Definizione di numero complesso, unità immaginaria ed operazioni. Complesso coniugato, modulo ed argomento principale. Forma trigonometrica dei numeri complessi. Formule di De Moivre. Radici di un numero complesso.

LO SPAZIO \mathbb{R}^n

Lo spazio vettoriale \mathbb{R}^n . Norma euclidea e prodotto scalare: significato geometrico e proprietà, disuguaglianza di Cauchy - Schwarz. Distanza euclidea. Intorni di un punto di \mathbb{R}^n e proprietà. Punti interni, esterni, di frontiera. Insiemi aperti, insiemi chiusi e proprietà. Insiemi limitati. Caratterizzazione sequenziale degli insiemi chiusi e limitati. Insiemi connessi per poligonalità. Punti di accumulazione e punti isolati.

FUNZIONI REALI

Funzioni reali e proprietà. Funzioni composte, funzioni invertibili, funzioni monotone, funzioni pari, funzioni dispari, funzioni periodiche. Successioni di numeri reali. Funzioni elementari: potenze, radici, esponenziali, logaritmiche, trigonometriche e loro inverse. Valore assoluto di un numero reale e proprietà.

Funzioni limitate superiormente, inferiormente. Estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo di una funzione reale.

LIMITI DI FUNZIONI REALI

L'insieme \mathbb{R} ampliato ed operazioni su tale insieme. Intorni di un punto di \mathbb{R} ampliato e proprietà. Limite di una funzione reale. Limite di una successione di numeri reali. Limite a destra e limite a sinistra. Caratterizzazione sequenziale dei limiti*. Operazioni sui limiti, forme indeterminate, limiti notevoli. Limiti delle funzioni composte*. Limiti delle funzioni monotone. Unicità del limite*. Teoremi del confronto*. Teorema della permanenza del segno*. Teorema di passaggio al limite. Asintoti di un grafico.

FUNZIONI CONTINUE

Funzioni continue e proprietà. Continuità delle funzioni elementari. Continuità delle funzioni composte. Teorema di permanenza del segno. Caratterizzazione sequenziale delle funzioni continue. Funzioni prolungabili per continuità. Discontinuità. Teorema di Weierstrass* (dimostrazione per funzioni di una variabile reale). Teorema dei valori intermedi. Teorema degli zeri*.

CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI IN UNA VARIABILE

Definizione di funzione derivabile, derivabile a destra, derivabile a sinistra. Interpretazione geometrica della derivata. Retta tangente ad un grafico. Continuità delle funzioni derivabili*.

Regole di derivazione. Derivate delle funzioni elementari. Derivazione di una funzione composta. Derivazione della funzione inversa*. Massimo e minimo relativo di una funzione reale. Punti critici. Teorema di Fermat*. Teorema di Rolle*. Teorema di Lagrange*. Conseguenze del teorema di Lagrange*. Teoremi di de L'Hopital. Derivate di ordine superiore. Concavità, convessità, flessi. Criteri di convessità.

Polinomio di Taylor. Formula di Taylor con il resto di Peano*. Formula di Taylor con il resto di Lagrange. Condizione sufficiente del secondo ordine per massimi e minimi relativi. Studio del grafico di una funzione.

CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI IN PIU' VARIABILI

Derivate direzionali. Derivate parziali. Gradiente. Piano e iperpiano tangente. Differenziabilità. Differenziale di una funzione. Continuità delle funzioni differenziabili*. Proprietà delle funzioni differenziabili. Condizione necessaria per la differenziabilità*. Teorema del differenziale totale. Regole di derivazione. Differenziabilità delle funzioni composte*. Teorema di Lagrange. Punti critici. Teorema di Fermat*.

Derivate di ordine superiore. Teorema di Schwarz. Matrice Hessiana. Differenziale di ordine superiore. Formula di Taylor con resto di Peano. Autovettori ed autovalori di una matrice reale simmetrica. Punti di sella. Condizione necessaria del secondo ordine per punti di massimo e minimo relativo. Condizione sufficiente del secondo ordine per punti di massimo e minimo relativo e per punti di sella. Massimi e minimi vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

CALCOLO INTEGRALE

Primitive di una funzione e proprietà. Integrale indefinito. Integrale di funzioni elementari. Integrali immediati. Integrale per sostituzione. Integrale di funzioni razionali, formula di Hermite. Integrazione per parti.

Partizioni di un intervallo. Somme superiori e inferiori e loro proprietà. Integrale definito e funzioni integrabili secondo Riemann. Caratterizzazione delle funzioni integrabili. Integrabilità delle funzioni monotone*. Integrabilità delle funzioni continue e discontinue. Additività dell'integrale rispetto al dominio. Linearità dell'integrale. Confronto tra integrali. Teorema della media integrale*. Funzione integrale. Teorema di esistenza delle primitive*. Teorema fondamentale del calcolo integrale*. Applicazioni: calcolo di aree, lunghezza di un grafico, volume di un solido di rotazione.

Integrali impropri. Criteri di integrabilità.

EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Equazioni differenziali ordinarie: soluzioni e integrale generale. Problema di Cauchy.

Equazioni differenziali lineari. Teorema di esistenza ed unicità della soluzione per il problema di Cauchy. Funzioni linearmente indipendenti. Matrice Wronskiana. Teorema sul Wronskiano*. Teorema di esistenza di n soluzioni linearmente indipendenti*. Integrale generale di una equazione differenziale lineare di ordine n *. Equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari omogenee e non omogenee del primo ordine e del secondo ordine. Metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Equazioni lineari omogenee e non omogenee di ordine n a coefficienti costanti. Metodo delle funzioni simili.

SERIE NUMERICHE E SERIE POTENZE

Definizione di serie numerica. Somma di una serie numerica. Serie convergenti, divergenti e irregolari. Serie geometrica*, armonica*, armonica generalizzata e di Mengoli*. Condizione necessaria per la convergenza*. Serie a termini positivi. Criteri del confronto. Criterio della radice. Criterio del rapporto. Serie a termini di segno variabile. Assoluta convergenza. Serie a segno alterno. Criterio di Leibniz.

Cenni sulle serie di funzioni: somma di una serie di funzioni, convergenza puntuale, convergenza totale, rapporto tra convergenza puntuale e totale.

Serie di potenze. Raggio di convergenza e teoremi sul raggio di convergenza*. Continuità della somma. Derivabilità termine a termine. Integrabilità termine a termine. Regolarità di una serie di potenze.

Serie di Taylor. Definizione di sviluppabilità in serie di Taylor. Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor*.

INTEGRALI DOPPI SU DOMINI NORMALI

Domini normali, definizione e loro misura. Proprietà dei domini normali. Partizioni. Somme superiori e inferiori e loro proprietà. Integrale di Riemann e funzioni integrabili secondo Riemann. Integrabilità delle funzioni continue. Additività dell'integrale. Linearità dell'integrale. Confronto tra integrali. Formula di riduzione. Determinante jacobiano. Formula di cambiamento di variabili.

Si richiede la dimostrazione dei teoremi contrassegnati con (*).

TESTI CONSIGLIATI

M. Bramanti, C. Pagani, S. Salsa, *Analisi Matematica 1*, Zanichelli.

M. Bramanti, C. Pagani, S. Salsa, *Analisi Matematica 2*, Zanichelli.

P. Marcellini, C. Sbordone. *Elementi di Analisi Matematica 1*, Liguori Editore.

N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, *Elementi di Analisi Matematica 2*, Liguori Editore.

P. Marcellini, C. Sbordone, *Esercitazioni di Matematica*, Vol.1 e Vol. 2, Liguori Editore.