Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 9 Febbraio 2012

Cognome ____________________ Nome ____________________

Matricola ________________

Traccia A

(1) Data la funzione

$$f(x) = \log_\pi \left(1 + \left|\frac{x+1}{x-1}\right|\right), \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia e disegnare un grafico approssimativo;

ii) stabilire se la funzione f è limitata e calcolare $\sup f$ ed $\inf f$, specificando se sono rispettivamente $\max f$ e $\min f$;

iii) stabilire se la successione $\left(\log_\pi \left(1 + \left|\frac{n+1}{n-1}\right|\right)\right)_{n\geq 2}$ è monotona;

iv) determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = \frac{1}{x}$.

(2) Studiare, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, la continuità della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} (\cos(x-3))^{\frac{1}{(x-3)^\lambda}} & \text{se } x \in]3,4], \\ 0 & \text{se } x = 3. \end{cases} \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Stabilire se gli insiemi

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \log_\pi \left(\frac{4^x - 2^{x+2} + 1}{9^x - 4\cdot 3^x + 1} + 1\right) > 0\right\} \quad B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{4^x - 2^{x+2} + 1}{9^x - 4\cdot 3^x + 1} > 0\right\} \quad \text{(6 punti)}$$

sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi.

(4) Sia $f : \mathbb{R} \to]0,1]$ surgettiva e tale che $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$.Stabilire se l'equazione $f(x) = 0$ ammette almeno una soluzione.

(4 punti)

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 9 Febbraio 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

Traccia B

(1) Data la funzione

$$f(x) = \log_\pi \left(1 + \left|\frac{x+3}{x+1}\right|\right), \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia e disegnare un grafico approssimativo;

ii) stabilire se la funzione f è limitata e calcolare $\sup f$ ed $\inf f$, specificando se sono rispettivamente $\max f$ e $\min f$;

iii) stabilire se la successione $\left(\log_\pi \left(1 + \left|\frac{n+3}{n+1}\right|\right)\right)_{n\geq 2}$ è monotona;

iv) determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$.

(2) Studiare, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, la continuità della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1+\sin(x-3))^{\frac{1}{(x-3)^\lambda}} & \text{se } x \in]3,4], \\ 0 & \text{se } x = 3. \end{cases} \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Stabilire se gli insiemi

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \log_\pi \left(\frac{9^x - 4\cdot 3^x + 1}{4^x - 2^{x+2} + 1} + 1\right) > 0\right\} \quad B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{9^x - 4\cdot 3^x + 1}{4^x - 2^{x+2} + 1} > 0\right\} \quad \text{(6 punti)}$$

sono aperti, chiusi, né aperti né chiusi.

(4) Sia $f : \mathbb{R} \to [0, +\infty[$ surgettiva e tale che $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$. Stabilire se l'equazione $f(x) = 0$ ammette almeno una soluzione.

(4 punti)

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 23 Febbraio 2012

Cognome ____________________ Nome ____________________

Matricola _______________

Traccia A

(1) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{e - e^{\frac{5}{x^2-4x}}}, \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia e disegnare un grafico approssimativo;

ii) stabilire se la funzione f è ingettiva, surgettiva, bigettiva, invertibile;

iii) determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $\overline{x} = -2$;

iv) determinare il massimo ed il minimo assoluti di f sull'intervallo $[6, 7]$.

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \dfrac{2}{\pi}\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} + \dfrac{2}{\pi}\sqrt{\sin\left(x^2 - \pi x + \dfrac{\pi^2}{4}\right)}}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme delle $x \in \mathbb{R}$ tali che

$$\frac{\sqrt[4]{(x-e)^3} + x - e}{\sqrt{\log\left(1 + \log^2 x\right) - \log\left(-\dfrac{1}{4} + 3\log x\right)}} \geq 0 \qquad \text{(6 punti)}$$

è aperto, chiuso, né aperto né chiuso.

(4) Dimostare che.

$$\max\{e^x, x+1\} > 0 \quad \text{per ogni } x \in \mathbb{R}. \qquad \text{(4 punti)}$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 23 Febbraio 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

Traccia B

(1) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{e - e^{\frac{5}{x^2+4x}}}, \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia e disegnare un grafico approssimativo;

ii) stabilire se la funzione f è ingettiva, surgettiva, bigettiva, invertibile;

iii) determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $\overline{x} = 2$;

iv) determinare il massimo ed il minimo assoluti di f sull'intervallo $[-7, -6]$.

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{e^{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2} - 1 + \frac{2}{\pi}\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{e^{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2} - 1} + \frac{2}{\pi}\sqrt{\sin\left(x^2 - \pi x + \frac{\pi^2}{4}\right)}}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme delle $x \in \mathbb{R}$ tali che

$$\frac{\left|\arcsin\left(\frac{x}{e^3}\right)\right| + \arcsin\left(\frac{x}{e^3}\right)}{\sqrt{\log\left(1 + \log^2 x\right) - \log\left(-\frac{1}{4} + 3\log x\right)}} \geq 0 \qquad \text{(6 punti)}$$

è aperto, chiuso, né aperto né chiuso.

(4) Dimostrare che

$$\min\{e^x, x+1\} > 0 \quad \text{per ogni } x > -1. \qquad \text{(4 punti)}$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 3 Maggio 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

Traccia A

(1) Data la funzione

$$f(x) = x^6 - x^2 - 1, \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare numero di zeri, eventuali punti di massimo/minimo relativo e punti di flesso;

ii) disegnare un grafico approssimativo della funzione $g(x) = \sqrt{|x^6 - x^2 - 1|}$;

iii) studiare continuità e derivabilità della funzione g determinandone eventuali punti cuspidali e punti angolosi.

(2) Calcolare, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left|\sqrt{x^2-3x}-x\right|^{\lambda}}{\log(3^x - 2^x + x^2)}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{\left(\log_{\frac{1}{6}}(x^2-9) - \log_{\frac{1}{6}}(x-3)\right)^{\frac{1}{6}}}{2x^4 - x^2 + 2} \geq 0 \right\} \qquad \text{(6 punti)}$$

è aperto, chiuso, né aperto né chiuso, limitato, illimitato.

(4) Dimostrare che, per ogni $x \in \mathbb{R}$,

$$\arctan\frac{x^2+1}{\sqrt{3}} + \arctan\frac{\sqrt{3}}{x^2+1} = \frac{\pi}{2}. \qquad \text{(4 punti)}$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA (I modulo) - 3 Maggio 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ____________________

Traccia B

(1) Data la funzione

$$f(x) = x^6 - x^2 - 1, \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare numero di zeri, eventuali punti di massimo/minimo relativo e punti di flesso;

ii) disegnare un grafico approssimativo della funzione $g(x) = e^{|x^6-x^2-1|}$;

iii) studiare continuità e derivabilità della funzione g determinandone eventuali punti cuspidali e punti angolosi.

(2) Calcolare, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left|\sqrt{4x^2-3x}-2x\right|^\lambda}{\log(4^x-2^x+x^4)}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Stabilire se l'insieme

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{\left(\log_{\frac{1}{4}}(x^2-16) - \log_{\frac{1}{4}}(x-4)\right)^{\frac{1}{4}}}{3x^4-2x^2+4} \geq 0 \right\} \qquad \text{(6 punti)}$$

è aperto, chiuso, né aperto né chiuso, limitato, illimitato.

(4) Dimostrare che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, .

$$\arctan 2^x + \arctan 2^{-x} = \frac{\pi}{2}. \qquad \text{(4 punti)}$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 3 Luglio 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

I modulo

(1) Data la funzione

$$f(x) = \arctan\sqrt{2^{x^4-3x^2} - \frac{1}{4}} \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare numero di zeri ed eventuali punti di massimo/minimo relativo;

ii) disegnare un grafico approssimativo;

iii) studiare l'invertibilità;

iv) determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione

$$2^{x^4} = \lambda 2^{3x^2}.$$

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1 + 2^x - \cos\sqrt{x}}{xe^x - x}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Data la funzione

$$f(x) = x|2^x - 1| - x, \qquad \text{(6 punti)}$$

stabilire se f soddisfa le ipotesi del teorema di Lagrange su $[-1, 1]$.

(4) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^4 e sia $P(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2$ il suo polinomio di Taylor di ordine 4 calcolato in $\overline{x} = 0$. Stabilire se $\overline{x}$ è un punto di massimo o minimo relativo per f.

. (4 punti)

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 3 Luglio 2012

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare i punti di massimo e minimo relativo della funzione

$$f(x) = x(y-1)^2(y-x^3), \qquad \text{(10 punti)}$$

Inoltre, calcolare la derivata direzionale nel punto $P = \left(3, \dfrac{2}{3}\right)$ lungo la direzione $v = (1, 2)$.

(2) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''' - y'' + 2y' - 2y = e^x + 1. \qquad \text{(7 punti)}$$

(3) Dimostrare che il campo

$$F(x,y) = \left(\frac{e^x + 2x}{x^2 + y^2 + e^x}, \frac{2y}{x^2 + y^2 + e^x}\right) \qquad \text{(8 punti)}$$

è conservativo e determinare un suo potenziale. Calcolare, inoltre, il lavoro del campo di forze F lungo l'arco di parabola $y = x^2$ di estremi $(0, 0)$ e $(2, 4)$.

(4) Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\log(2+x)} \sin \arctan \frac{1}{x} \qquad \text{(5 punti)}$$

è integrabile in senso improprio su $]0, +\infty[$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 17 Luglio 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

I modulo

(1) Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\sqrt{x^2 - 4x + 3} - x\right) \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare dominio, asintoti ed intervalli di monotonia;

ii) disegnare un grafico approssimativo;

iii) determinare estremo inferiore ed estremo superiore di f specificando se sono, rispettivamente, massimo e minimo assoluti;

iv) calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x\to-\infty} 2^{\lambda f(x)}.$$

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{\sqrt{\sqrt{x}+x}} - \cos x}{\sqrt{e^x - \cos x}}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Stabilire se la funzione

$$f(x) = \sqrt{\arctan(x-1)^2}(x-1), \qquad \text{(6 punti)}$$

è derivabile.

(4) Dimostrare, utilizzando il teorema degli zeri, che la seguente equazione ha almeno una soluzione positiva

$$x^5 - 2x^3 - 1 = \arctan(x^5 - 2x^3 - 1). \qquad \text{(4 punti)}$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 17 Luglio 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

II modulo

(1) Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D (x^2 + y^2 + 5)dxdy \qquad \text{(8 punti)}$$

dove $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1,\ y \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$.

(2) Data l'equazione differenziale

$$y^{(4)} + 3y = 0. \qquad \text{(8 punti)}$$

i) determinare l'integrale generale;

ii) determinare la soluzione del problema di Cauchy con dati iniziali $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$;

iii) stabilire se esistono soluzioni illimitate.

(3) Dimostrare che la funzione

$$f(x, y) = e^y \arcsin(1 - e^{-x^2}) \qquad \text{(8 punti)}$$

è differenziabile. Inoltre

i) calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0)$;

ii) determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha che $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0) = \frac{1}{2}$, dove $v = (2, \alpha)$.

(4) Studiare il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n \frac{2^n}{n!} \sin(2^n n!). \qquad \text{(6 punti)}$$

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 6 Settembre 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ____________________

II modulo

(1) Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D x^2 y dx dy, \qquad \text{(8 punti)}$$

dove $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x \leq x^2 + y^2 \leq 9,\ y \geq 0\right\}$.

(2) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y^{(iv)} + 4y^{(ii)} + 4y = e^x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right). \qquad \text{(8 punti)}$$

(3) Stabilire se la curva di equazione parametrica

$$\gamma(t) = \left(\log\sqrt{\frac{1-\cos t}{1+\cos t}}, \log\sqrt{\frac{1-\sin t}{1+\sin t}}\right) \text{ con } t \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right] \qquad \text{(7 punti)}$$

è regolare. Inoltre, calcolarne la lunghezza ed il vettore tangente nel punto P di coordinate $\left(\log\sqrt{3-2\sqrt{2}}, \log\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)$.

(4) Data la funzione $f(x) = \int_0^x \sqrt{1+t^2}dt$, studiare il carattere delle seguente serie numerica

$$\sum_{n\geq 1} \frac{f''(n)}{n!}. \qquad \text{(7 punti)}$$

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 18 Settembre 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

I modulo

(1) Data la funzione

$$f(x) = \log^4 x - 4\log^3 x + 4\log^2 x \qquad \text{(14 punti)}$$

i) determinare dominio, asintoti ed intervalli di monotonia;

ii) disegnare un grafico approssimativo;

iii) disegnare un grafico approssimativo della funzione $g(x) = f(|x|)$;

iv) determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni dell'equazione

$$\log^4 x - 4\log^3 x + 4\log^2 x = \lambda^2 + 1.$$

(2) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{|x|^x - 1}{\log(1 + x|x|)}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Data la funzione

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 - 5x + 4}, \qquad \text{(6 punti)}$$

stabilire se l'insieme $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f'(x) > 0\}$ è aperto,chiuso, né aperto né chiuso.

(4) Stabilire se le seguenti successioni sono monotone

$$\big(\operatorname{arccot}(n^3 + \arctan n)\big)_{n\geq 1} \quad \big(\sin(n^3 + \arctan n)\big)_{n\geq 2} \quad \left(\sin\left(\frac{1}{n^3 + \arctan n}\right)\right)_{n\geq 3} \qquad \text{(4 punti)}$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 18 Settembre 2012

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Stabilire se il campo di forze

$$F(x,y) = \frac{-4x + e^x\sqrt{1-4x^2-9y^2}}{\sqrt{1-4x^2-9y^2}}\mathbf{i} + \frac{-9y}{\sqrt{1-4x^2-9y^2}}\mathbf{j} \qquad \text{(9 punti)}$$

è conservativo ed, in caso affermativo, determinarne un potenziale.
Inoltre, determinare il lavoro del campo F lungo il segmento di estremi $A = (0, -1/4)$ e $B = (0, 1/4)$, percorso da A verso B.

(2) Data la funzione

$$f(x,y) = \log\left((x+4)(25-x^2-y)\right), \qquad \text{(9 punti)}$$

i) determinare il dominio di f e stabilire se è aperto, chiuso, né aperto né chiuso;

ii) studiare la differenziabilità;

iii) data la curva $\gamma(t) = (t^2, \sqrt{t})$ con $t \in [0,2]$, determinare la derivata direzionale di f nel punto $P = (0,0)$, lungo la direzione $v = \dot{\gamma}(1)$.

(3) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y' = y\cos x - \frac{1}{2}y^2 \sin 2x. \qquad \text{(6 punti)}$$

(4) Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\displaystyle\int_0^x \arctan(e^t + t^2)dt}{\arctan\left(\log(x+1)\right)}. \qquad \text{(6 punti)}$$

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 27 Novembre 2012

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

I modulo

(1) Data la funzione

$$f(x) = \log(|x| - 1) + \frac{1}{|x| - 1} \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, asintoti ed intervalli di monotonia;

ii) disegnare un grafico approssimativo;

iii) studiare l'invertibilità di f;

iv) calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il limite $\lim\limits_{x \to 2} (f(x-1))^{\lambda}$.

(2) Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{\arctan(x^4 + x^2)}} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases} \qquad \text{(6 punti)}$$

Calcolare, inoltre, l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = 0$.

(3) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{(x^3 - 2x^2 + x + 2)^5} + \arctan e^x + \arctan e^{-x}, \qquad \text{(6 punti)}$$

determinare il massimo ed il minimo assoluto di f sull'insieme $[0, 1]$.

(4) Dimostrare che l'equazione

$$\sqrt{|x| + \sin^2 x + 1} + 2x^3 + x - 1 = 0 \qquad \text{(6 punti)}$$

ammette almeno una soluzione.
Se $h : \mathbb{R} \to [0, +\infty[$ è una funzione continua e limitata, vale la stessa cosa per l'equazione

$$\sqrt{h(x)} + 2x^3 + x - 1 = 0?$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 27 Novembre 2012

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Calcolare

$$\lim_{\varepsilon\to 0^+} \int\int_{D_\varepsilon} \frac{x}{(x^2+y^2)^3} dxdy, \qquad \text{(9 punti)}$$

dove $D_\varepsilon = \{(x,y) \in \mathbb{R}^3 \mid \varepsilon \le x^2+y^2 \le 1, 0 \le x \le y\}$.

(2) Data la funzione

$$f(x,y) = xy^3 - xy^2 - y^3 + y^2, \qquad \text{(9 punti)}$$

i) determinare i punti critici e studiare la loro natura;

ii) calcolare l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $P = (1,3)$;

iii) calcolare il lavoro del campo di forze $F(x,y) = f_x(x,y)\mathbf{i} + f_y(x,y)\mathbf{j}$ lungo la circonferenza di centro $(1,2)$ e raggio 5.

(3) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y^{(3)} - y^{(2)} + 4y^{(1)} - 4y = \frac{2e^x}{e^{-x}} \qquad \text{(6 punti)}$$

e stabilire se esistono soluzioni tali che $\lim_{x\to 0} y(x) = 1$.

(4) Stabilire se la curva

$$\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t) \quad t \in \left[\pi, \frac{3}{2}\pi\right] \qquad \text{(6 punti)}$$

è chiusa, semplice e regolare. Calcolarne,inoltre, la lunghezza.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 5 Febbraio 2013

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

I modulo

(1) Data la funzione

$$f(x) = x\sqrt{4-x^2} - 4\arcsin\frac{x}{2} \qquad \text{(12 punti)}$$

i) determinare dominio, eventuali asintoti ed intervalli di monotonia;

ii) disegnare un grafico approssimativo;

iii) studiare l'invertibilità di f;

iv) calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, il limite $\lim_{x\to+\infty} \left| f\left(\frac{1}{x}\right)\right|^{\lambda}$.

(2) Data

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x + \sqrt[4]{|x|}} + \sqrt[4]{|x|}}{|x|^a} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \qquad \text{(6 punti)}$$

determinare per quale valore di $a \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua.

(3) Studiare la convessità della funzione

$$f(x) = \arctan\frac{1-3x}{2-x}. \qquad \text{(6 punti)}$$

(4) Dimostrare che l'equazione

$$\log(|x| + \sin^2 x + 1) + x^7 + \sin^2 x = 0 \qquad \text{(6 punti)}$$

ammette almeno una soluzione.
Se $h : \mathbb{R} \to]0, +\infty[$ è una funzione continua e limitata, vale la stessa cosa per l'equazione

$$\log(|x| + h(x)) + x^7 + h(x) = 0?$$

Se nell'Esercizio 1 non si ottiene il punteggio di almeno 6 punti, gli altri esercizi non verranno valutati.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 5 Febbraio 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

II modulo

(1) Calcolare

$$\int\int_D \log x \, dxdy, \qquad \text{(9 punti)}$$

dove D è il dominio della funzione

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{4^x - 1} + \sqrt{4 - x - y}}{\log(\sqrt{xy - 1} + 2)}.$$

(2) Determinare un valore reale α per cui il campo vettoriale

$$F_\alpha(x,y) = (2x^3 + 2xy + 2\alpha x)e^{x^2+y}\,\mathbf{i} + (x^2 + y + \alpha)e^{x^2+y}\,\mathbf{j}, \qquad \text{(9 punti)}$$

è conservativo e calcolarne un potenziale.

(3) Determinare una soluzione dell'equazione differenziale

$$y^{(4)} - y = 0 \qquad \text{(6 punti)}$$

tale che $y(0) = 1$ e $\lim_{x \to +\infty} y(x) = 0$.

(4) Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n + (n^3 + 1)^\alpha}. \qquad \text{(6 punti)}$$

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari
Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 19 Febbraio 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

II modulo

(1) Calcolare
$$\int\int_D (x^3 + xy^2)\, dxdy, \qquad \text{(9 punti)}$$
dove $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 1, x^2 + (y-1)^2 \leq 1\right\}$.

(2) Data la funzione
$$f(x,y) = \sqrt{(4x - x^2 - y^2)(x-2)}, \qquad \text{(8 punti)}$$
i) determinarne il dominio;
ii) stabilire se f è differenziabile in un intorno del punto $(3,0)$;
iii) calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(3,0)$.

(3) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale
$$y' = y - (x^2 + x + 1)y^2. \qquad \text{(8 punti)}$$

(4) Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\log_{2\pi}(2\pi - \arccos e^{-n})}{n^2 + n}. \qquad \text{(5 punti)}$$

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica (Corso B) a.a. 2011/2012
Esame di ANALISI MATEMATICA - 29 Aprile 2013

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Calcolare la misura del seguente dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq x^2\}. \qquad \text{(9 punti)}$$

(2) Data la funzione

$$f(x, y) = |x + 3y|(x - y + 1), \qquad \text{(9 punti)}$$

i) studiare la differenziabilità;

ii) calcolare l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $P = (0, 0)$;

iii) calcolare il lavoro del campo di forze $F(x, y) = f_x(x, y)\mathbf{i} + f_y(x, y)\mathbf{j}$ lungo l'arco di parabola $(t, t^2 + 1)$ con $t \in [0, 1]$.

(3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y''' + y'' + 2y' + y = \sin x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = -1 \end{cases} \qquad \text{(6 punti)}$$

(4) Studiare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n \geq 0} (-1)^n \frac{n! \sin n}{(3n)!} \qquad \text{(6 punti)}$$

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.