Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 29 Aprile 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

II modulo - Traccia A

(1) Data l'equazione differenziale

$$e^{\quad x}y' + (2 \quad y^2)\arctan(e^x + 3) = 0 \qquad \text{(2+2+6 punti)}$$

i) stabilire se esistono soluzioni costanti;

ii) stabilire se esistono soluzioni strettamente monotone e limitate;

iii) determinare l'integrale generale.

(2) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt[3]{(|3x + y|(x + y))^5} \qquad \text{(5+3+2+1 punti)}$$

i) determinare punti di massimo e minimo relativo;

ii) dare la definizione di differenziabilità in un punto e stabilire se f è differenziabile in $(1, 1)$;

iii) data la curva $\gamma(t) = (t^2, t + 1)$ con $t \in [0, 2]$, determinare, se esiste, la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$, lungo la direzione $v = \gamma'(1)$;

iv) calcolare la derivata $(f \circ \gamma)'(t)$, per ogni $t \in [0, 2]$.

(3)

i) Dare la definizione di punto di massimo/minimo relativo, punto di sella e punto critico per una funzione reale di più variabili reali.

ii) Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat multidimensionale.

(3+6 punti)

(4) (Facoltativo) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua. La funzione $g(x, y) = f\left(\sqrt{9 \quad x^2 \quad y^2}\right)$ è limitata? È continua? È di classe C^1?

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 29 Aprile 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

II modulo - Traccia B

(1) Data l'equazione differenziale

$$e^x y' \quad (3y^2 \quad 1)e^{2x}\log(e^{2x}+1) = 0 \qquad \text{(2+2+6 punti)}$$

i) stabilire se esistono soluzioni costanti;

ii) stabilire se esistono soluzioni strettamente monotone e limitate;

iii) determinare l'integrale generale.

(2) Data la funzione

$$f(x,y) = \sqrt[5]{(|4x \quad y|(x+y))^7} \qquad \text{(5+3+2+1 punti)}$$

i) determinare punti di massimo e minimo relativo;

ii) dare la definizione di differenziabilità in un punto e stabilire se f è differenziabile in $(0,1)$;

iii) data la curva $\gamma(t) = (t+3, e^t)$ con $t \in [0,2]$, determinare, se esiste, la derivata direzionale di f nel punto $(0,1)$, lungo la direzione $v = \gamma'(1)$;

iv) calcolare la derivata $(f \circ \gamma)'(t)$, per ogni $t \in [0,2]$.

(3)

i) Dare la definizione di funzione continua. Che relazione c'è tra continuità e differenziabilità?

ii) Enunciare e dimostrare una condizione necessaria per la differenziabilità.

(3+6 punti)

(4) (Facoltativo) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua. La funzione $g(x,y) = f\left(\sqrt{9 \quad 2x^2 \quad y^2}\right)$ è limitata? È continua? È di classe C^1?

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 2 Luglio 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Data l'equazione differenziale

$$y''' + 2y'' + 3y' + 2y = e^{\quad x} \qquad \text{(8+2 punti)}$$

i) determinare l'integrale generale;

ii) dimostrare che la soluzione del problema di Cauchy, con dati iniziali $y(0) = y'(0) = 0$ e $y''(0) = 2$, ha in $x = 0$ un punto di minimo relativo.

(2) Calcolare

$$\iint_D \frac{dxdy}{(x^2 + y^2 \quad 2x \quad 1)^4} \qquad \text{(8 punti)}$$

dove $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \quad 2x \leq 0,\ x \geq 1 \quad y\right\}$.

(3)

i) Enunciare il teorema di esistenza delle primitive.

ii) Dare la definizione di norma euclidea e prodotto scalare.

iii) Dare la definizione di curva regolare.

iv) Data la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{\log(t^2 + 1)}{t^2 + 1} dt \quad (x \in [1, 4]) \qquad \text{(2+2+2+6 punti)}$$

dimostrare che la curva grafico $\gamma(x) = (x, F(x))$ è regolare e calcolare $\|\gamma'(1)\|$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 16 Luglio 2013

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$2y^{(5)} \quad y^{(3)} + 10y^{(2)} \quad 5y = x^2 + e^x. \qquad \text{(8 punti)}$$

(2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x^2 \quad 1}{x^2 \quad x \quad 6}\ , \qquad \text{(7+3 punti)}$$

i) calcolare $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx$;

ii) calcolare $\displaystyle\iint_Q \log \ \ (y+1)^{f(x)}\Big)\, dxdy$

dove $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

(3)

i) Dare la definizione di insieme aperto, chiuso ed insieme limitato.

ii) Dare la definizione di funzione continua.

iii) Enunciare il teorema di Weierstrass multidimensionale.

iv) Data la funzione

$$f(x, y) = x^2 + 4y^2 + e^{\sqrt{1 \quad x^2 \quad 4y^2}}\ , \qquad \text{(2+2+3+5)}$$

dimostrare che l'immagine di f è un intervallo limitato.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 24 Settembre 2013

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''' \quad 3y'' + 3y' \quad y = e^x(1 + e^x). \qquad \text{(8 p.ti)}$$

(2) Data la funzione

$$f(x, y) = (xy \quad x)(xy^3 \quad 3xy^2 + 3x^3y \quad x^4), \qquad \text{(6+3+3 p.ti)}$$

i) determinare i punti di massimo e minimo relativo;

ii) calcolare $\|\nabla f(1, 0)\|$ e $\dfrac{\partial f}{\partial v}(1, 0)$, dove $v = (1, \quad 1)$;

iii) stabilire se la funzione $g(x, y) = f(\arcsin x, y)$ è differenziabile nel punto $\left(\dfrac{1}{2}, 2\right)$.

(3) Sia H una primitiva di $f(x) = \dfrac{\log^3 x}{x}$.

i) Calcolare la media integrale di H sull'intervallo $\left[e^{\quad 1}, 1\right]$

ii) Calcolare il volume del solido ottenuto ruotando il grafico di $h(x) = \sqrt{H(x)}$ attorno all'asse delle ascisse, con $x \in \left[e^{\quad 1}, 1\right]$.

iii) Enunciare il Teorema della media integrale e darne una interpretazione geometrica.

iv) Dare la definizione di primitiva di una funzione.

.

(2+2+3+3 p.ti)

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 12 Novembre 2013

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y' + 2xy \quad xy^3 = 0.$$

(2) Calcolare

$$\iint_T x\sqrt{y} + \log(1 + x^2)\big)\, dxdy,$$

dove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(0, 2)$ e $(1, 1)$.

(3) i) Provare che

$$\arctan(x + y) + \arctan \frac{1}{x + y} = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} & \text{se } x + y > 0 \\ \quad \dfrac{\pi}{2} & \text{se } x + y < 0 \end{cases}.$$

ii) Enunciare la caratterizzazione delle funzioni costanti in più variabili.

iii) Dare la definizione di gradiente e di funzione differenziabile in un punto.

(4) Scrivere la matrice Jacobiana della funzione $f(x, y, z) = (3x^2y + \log z, 3^{x^2z}y)$ nel punto $(1, 1)$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 23 Gennaio 2014

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' \quad 3y' + 2y = (x+1)e^x \\ y(0) = 1, \ y'(0) = \quad 1 \end{cases}$$

(2) Calcolare il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + e^x + 1} dx$$

(3) Data la funzione

$$f(x,y) = \sqrt[3]{(|x \quad y|(x \quad 3y))^7}$$

i) determinare punti di massimo e minimo relativo;

ii) stabilire se f è differenziabile in $(2,1)$;

iii) calcolare $\|\nabla f(2,1)\|$.

(4) Enunciare il teorema del differenziale totale e stabilire se una funzione reale, di classe C^1, definita sull'insieme $B_1 = \left\{x \in \mathbb{R}^3 \mid \|x\| < 1\right\}$ è differenziabile nel punto $(0,0,0)$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 20 Febbraio 2014

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2+1)y' \quad 2xy = \dfrac{(x^2+1)^2}{x^2+2x \quad 3} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

(2) Calcolare

$$\iint_D \frac{2x\log(x^2+y^2+1)}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dxdy$$

dove $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \le x^2+y^2 \le 2,\ y \ge |x|\right\}$.

(3) Determinare i punti di massimo e minimo relativo della seguente funzione

$$f(x,y) = xy(2x+y \quad 2)^2$$

(4) Enunciare il teorema di esistenza delle primitive e dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita ponendo, per ogni $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$,

$$F(x,y,z) = \int_1^{x^2y+e^z} \quad 2+\sin(t^2+1)\big)\,dt$$

è continua.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Esame di ANALISI MATEMATICA - 28 Aprile 2014

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare le soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y' = (x + 5y + 1)^2 \quad 1$$

ponendo $z(x) = x + 5y(x) + 1$.

(2) Calcolare i seguenti integrali

$$\int e^{\ x} \cos x dx \qquad \int_1^4 \sqrt{x} e^{\ x\sqrt{x}} \cos(x\sqrt{x}) dx \qquad \int_1^{+\infty} \sqrt{x} e^{\ x\sqrt{x}} \cos(x\sqrt{x}) dx$$

(3) Determinare i punti di massimo e minimo relativo della seguente funzione

$$h(x, y) = (x^2 \quad y^2)(x^2 + y^2 \quad 1)^2.$$

Calcolare, inoltre, $\|\nabla h(1, 1)\|$ e $\dfrac{\partial h}{\partial v}(1, 1)$, dove $v = (1, e)$.

(4) Enunciare il teorema del differenziale totale e dimostrare che la funzione $f(x, y) = \arctan h(x, y)$ è differenziabile.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.