Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 3 Luglio 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Studiare il carattere della serie numerica $\sum_{n\geq 1}(\quad 1)^n F'(n)$, dove

$$F(x) = \int_0^x \frac{\log(1+e^{\ \ t^2})}{\log(1+e^{t^2})}dt \quad (x \geq 1). \qquad \text{(6 punti)}$$

(2) Data la funzione

$$f(x,y) = y\log(x+1) + \frac{1}{y}\ , \qquad \text{(10 punti)}$$

i) determinare il dominio e stabilire se è un insieme aperto, chiuso, né aperto né chiuso, limitato, illimitato, convesso;

ii) studiare l'equazione differenziale $y' = f(x,y)$.

(3) Data la funzione

$$f(x,y) = x^2y(x^2+2y^2 \quad 4), \qquad \text{(10 punti)}$$

i) determinare i punti di massimo e minimo relativo;

ii) calcolare l'integrale curvilineo di f lungo il segmento congiungente i punti $(\quad 1,1)$ e $(1,1)$.

(4) Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una funzione di classe C^1 e si consideri la funzione

$$g(x) = f(x,e^x) \quad (x\in\mathbb{R}). \qquad \text{(4 punti)}$$

Dimostrare che g è derivabile e che $g'(0) = \frac{\partial f}{\partial v}(P)$ dove $v=(1,1)$ e $P=(0,1)$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 17 Luglio 2013

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Studiare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n!} \sin\left(\frac{1}{n2^n}\right). \qquad \text{(4 punti)}$$

Inoltre, determinare l'insieme di convergenza puntuale della serie

$$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n!} \sin\left(\frac{1}{n2^n}\right) \left(\sqrt{x^2 \quad 1}\right)^n \qquad \text{(4 punti)}$$

(2) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y''' + 3y'' + 6y' + 4y = e^{\ x} + \sin 2x \qquad \text{(10 punti)}$$

(3) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D x \log(y+1) dxdy \qquad \text{(8 punti)}$$

dove D è la parte di piano compresa tra le parabole $y = x^2$ e $y = 2 \quad x^2$.

(4) Data $g : [0,1] \to \mathbb{R}$ tale che

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [0,1] \cap \mathbb{Q} \\ 0 & \text{se } x \in [0,1] \cap \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q} \end{cases}, \qquad \text{(4 punti)}$$

la funzione $g \circ g$ è integrabile secondo Riemann?

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 5 Settembre 2013

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Calcolare, al variare di $n \in \mathbb{N}\backslash\{0,1\}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' \quad 3y' + 2y = e^{\frac{x}{n}} \qquad \text{(6 punti)}$$

(2) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{x \sin\left(\sqrt{x^2+y^2}+1\right)}{2x^2+2y^2} dxdy \qquad \text{(10 punti)}$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2+y^2 \leq 2y\}$.

(3) Data la funzione

$$f(x,y) = \;\; 1 \quad x^2 \quad y^2\big)^3 (x+y)^3 \qquad \text{(10 punti)}$$

i) determinare i punti di massimo e minimo relativo;

ii) calcolare l'equazione del piano tangente al grafico nel punto $(0,2)$.

(4) Data l'equazione differenziale del primo ordine

$$y' = e^x \cos(y+1) \qquad \text{(4 punti)}$$

dimostrare che

i) esistono infinite soluzioni costanti;

ii) esistono infinite soluzioni non costanti e limitate.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 18 Settembre 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Calcolare, al variare di $\lambda \in \mathbb{Z}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' + 2\lambda y = \cos x \qquad \text{(8 punti)}$$

(2) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_T \frac{\sqrt{2}xy + x}{(x^2 \quad \sqrt{2}x + 1)(y^2 + \sqrt{2}y + 1)^2} dxdy \qquad \text{(9 punti)}$$

dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,1)$.

(3) Data la funzione

$$f(x,y) = (x^3 \quad 3x^2 + 3x \quad 1)(x^2y \quad 2xy^2 + y^3) \qquad \text{(9 punti)}$$

i) determinare i punti di massimo e minimo relativo;

ii) stabilire se il dominio della funzione $g(x,y) = \log f(x,y)$ è un insieme aperto, chiuso, limitato, illimitato, convesso, connesso per poligonali.

(4) Data una funzione $f : \mathbb{R} \to]\quad 1, 1[$, dimostrare che la serie

$$\sum_{n \geq 0} \frac{n}{n+1} \left(f(x)\right)^n \qquad \text{(4 punti)}$$

converge per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 11 Novembre 2013

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola _____________________

II modulo

(1) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{y(\log^3 y \quad 1)}{\log^3 y + 1} \arctan x \qquad \text{(10 punti)}$$

precisando se esistono soluzioni costanti e soluzioni limitate non costanti.

(2) Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan^2(x^2 + x)}{x + 1} \sin \frac{1}{\sqrt{x}} \qquad \text{(5 punti)}$$

è integrabile in senso improprio su $]0, +\infty[$.

(3) Data la funzione

$$f(x, y) = e^{\sqrt{2 \quad x^2 \quad 2y^2}} \qquad \text{(10 punti)}$$

i) determinare i punti di massimo e minimo relativo;

ii) stabilire se f è limitata e calcolarne, se esistono, il massimo ed il minimo assoluto;

iii) data la curva $\gamma(t) = \left(\sqrt{|t|} + t^2 \quad 1, \log(2 \quad |t|)\right)$, con $t \in [\quad 1, 1]$, calcolare la derivata direzionale di f nel punto $\gamma(1)$ lungo la direzione $\gamma'(1)$.

(4) Dato l'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \quad 2x \quad 2y + 1 \leq 0,\ x + y \quad 3 \geq 0\} \qquad \text{(5 punti)}$$

i) descrivere D in coordinate cartesiane, come dominio normale rispetto all'asse delle x;

ii) descrivere D in coordinate polari;

iii) scrivere, in entrambi i casi, la formula per il calcolo dell'integrale $\iint_D f$, dove $f : D \to \mathbb{R}$ è una funzione continua.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 23 Gennaio 2014

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y^{(4)} \quad 3y^{(3)} + 3y^{(2)} \quad y' = 2x + \cos x \qquad \text{(9 punti)}$$

(2) Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^\alpha} \sin\left(\frac{n^2}{n^3 + n}\right) \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Calcolare

$$\iint_D (2x^2 + 2y^2)dxdy \qquad \text{(9 punti)}$$

dove $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1,\ x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$.

(4) Data la funzione $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$

i) stabilire se f è differenziabile in tutti i punti dell'insieme

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \quad 4y + 3 < 0\};$$

ii) dimostrare che, per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0. \qquad \text{(6 punti)}$$

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 12 Febbraio 2014

Cognome ______________________________ Nome ______________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = 6x^2 y + \frac{xe^{2x^3}}{1+x^4} \qquad \text{(6 punti)}$$

(2) Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^{n\alpha}} \log \frac{n+1}{n} \qquad \text{(6 punti)}$$

(3) Calcolare

$$\iint_D \frac{y^2+1}{xy+x} dxdy \qquad \text{(9 punti)}$$

dove $D = \left\{x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \quad \log x \leq y \leq \log x,\ x^2 \quad 5x + 6 \leq 0 \right\}$.

(4) Data la funzione

$$f(x,y) = x^2y^2(xy \quad x + y \quad 1) \qquad \text{(9 punti)}$$

i) determinare i punti di massimo e minimo relativo;

ii) calcolare l'integrale curvilineo di f lungo il segmento di estremi $(1,0)$ e $(\quad 1,1)$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.

Politecnico di Bari - A.A. 2012/2013
Corso di Laurea in Ingegneria Elettrica
Esame di ANALISI MATEMATICA - 28 Aprile 2014

Cognome ____________________________ Nome ____________________________

Matricola ______________________

II modulo

(1) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y^{(4)} \quad y^{(3)} \quad 8y' + 8y = e^{nx} \qquad \text{(8 punti)}$$

per $n = 0, 1, \quad 1$.

(2) Determinare l'insieme di convergenza puntuale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2^n + \sin n}{4^n + 3^n + n} (e^{2x} + e^x)^n \qquad \text{(8 punti)}$$

(3) Calcolare

$$\iint_D \frac{(x^3 + xy^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 \quad 4x \quad 2y + 5}} dxdy \qquad \text{(8 punti)}$$

dove D è la corona circolare delimitata dalle circonferenze centrate in $(2, 1)$ con raggio 1 e 2.

(4) Data la funzione

$$f(x, y) = \log \ \big((y \quad x^2)(y \quad 1)\big) \qquad \text{(6 punti)}$$

i) determinare il dominio,

ii) stabilire se f è differenziabile,

iii) determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(2, \quad 1)$.

Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i risultati ottenuti.