

---

## LABORATORIO DI ARCHITETTURA DEI CALCOLATORI

lezione n° 9

Prof. Rosario Cerbone

---

rosario.cerbone@uniparthenope.it

<http://digilander.libero.it/rosario.cerbone>

a.a. 2007-2008

---

### Sintesi di Reti Sequenziali Sincrone

- In questa lezione vengono riassunti i concetti fondamentali per la modellazione e la minimizzazione dei circuiti sequenziali mediante SIS.
-

## Macchina Sequenziale

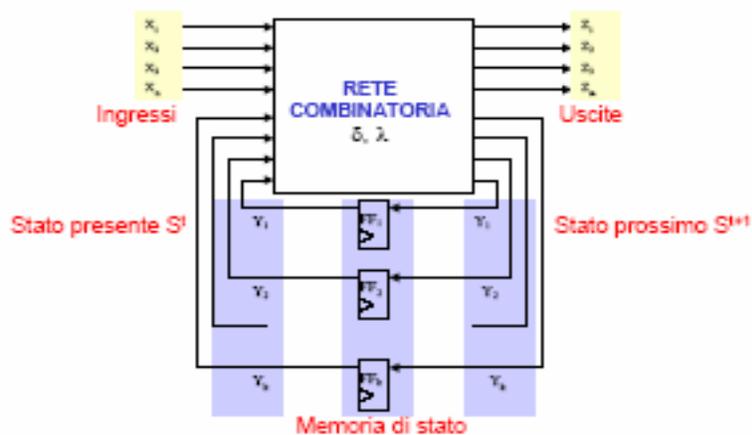
- Una **macchina sequenziale** è definita dalla quintupla  $(I, U, S, \delta, \lambda)$  dove:
  - **I** è l'insieme finito dei simboli d'ingresso
  - **U** è l'insieme finito dei simboli d'uscita
  - **S** è l'insieme finito e non vuoto degli stati
  - $\delta$  è la funzione stato prossimo
  - $\lambda$  è la funzione d'uscita

La funzione stato prossimo  $\delta: S \times I \rightarrow S$  associa, ad ogni stato presente e per ogni simbolo di ingresso, uno stato futuro.

La funzione d'uscita  $\lambda$  genera un simbolo d'uscita

- Macchina di Mealy: L'uscita dipende sia dallo stato sia dall'ingresso ( $\lambda: S \times I \rightarrow U$ )
- Macchina di Moore: L'uscita dipende solamente dallo stato ( $\lambda: S \rightarrow U$ )

## Modello di Huffman



## Sintesi di una Rete Sequenziale

- Il problema della sintesi di una rete sequenziale consiste nella
  - Identificazione delle funzioni  $\delta$  e  $\lambda$
  - Sintesi della rete combinatoria che le realizza.
- Gli elementi di memoria sono costituiti da Flip-Flop.
  - I flip-flop di tipo D sono quelli usati più comunemente
- La funzione stato prossimo dipende dal tipo di bistabile utilizzato
- La funzione d'uscita non dipende dal tipo di bistabile utilizzato

## Tabella degli Stati

- Una Macchina a Stati Finiti (FSM) può essere descritta mediante la Tabella degli stati in cui
  - Gli indici di colonna sono i simboli di ingresso  $i\alpha \in I$
  - Gli indici di riga sono i simboli dello stato presente  $s_j \in S$
- Gli elementi della tabella sono
  - La coppia  $\{u\beta, s_k\}$  con  $u\beta = \lambda(i\alpha, s_j)$  e  $s_k = \delta(i\alpha, s_j)$  (Macchine di Mealy)
  - Il simbolo stato prossimo  $s_k = \delta(i\alpha, s_j)$  (Macchine di Moore)
- Nelle macchine di Moore i simboli d'uscita sono associati allo stato presente

## Tabella degli stati

### ■ Macchina di Mealy

		Ingresso		
		$i_1$	$i_2$	...
Stato attuale	$s_1^t$	$s_j^{t+1}/u_j$	$s_k^{t+1}/u_k$	...
	$s_2^t$	$s_m^{t+1}/u_m$	$s_n^{t+1}/u_n$	...
	...	...	...	...

### ■ Macchina di Moore

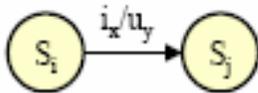
		Ingresso			Uscita
		$i_1$	$i_2$	...	
Stato attuale	$s_1^t$	$s_j^{t+1}$	$s_k^{t+1}$	...	$u_1$
	$s_2^t$	$s_m^{t+1}$	$s_n^{t+1}$	...	$u_2$
	...	...	...	...	...

## Diagramma degli Stati

- Spesso la stesura della tabella degli stati è preceduta dalla costruzione di una rappresentazione grafica equivalente denominata *Diagramma degli stati*
- Il diagramma degli stati è un grafo orientato  $G(V,E,L)$
- **V**: Insieme dei nodi
  - Ogni nodo rappresenta uno stato
  - Ad ogni nodo è associato un simbolo d'uscita (macchine di Moore)
- **E**: Insieme degli archi
  - Ogni arco rappresenta una transizione di stato
- **L**: Insieme degli:
  - Ingressi e Uscite (macchine di Mealy)
  - Ingressi (macchine di Moore)

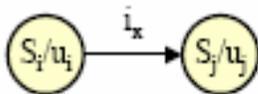
## Da Diagramma a Tabella degli Stati

### Macchine di Mealy



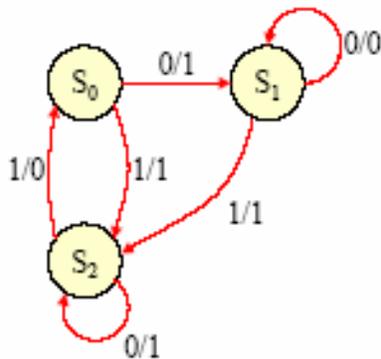
		Ingresso		
		...	$i_x$	...
Stato attuale	...	...	$S_j/u_y$	...
	$q_i$	...	$S_j/u_y$	...
	...	...	...	...

### Macchine di Moore



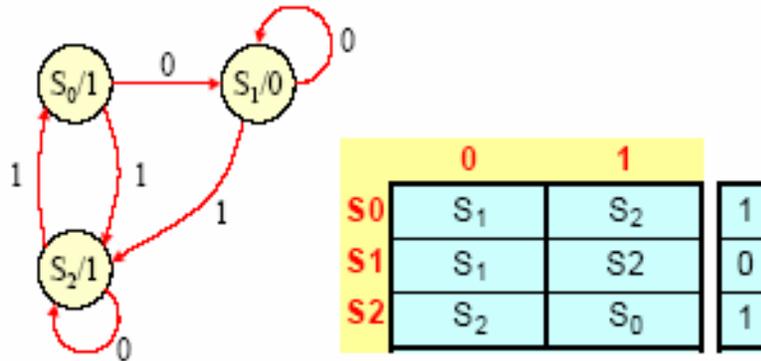
		Ingresso			Uscita
		...	$i_x$	...	
Stato attuale	...	...	...	...	...
	$q_i$	...	$S_j$	...	$u_j$
	...	...	...	...	...

## Macchina di Mealy Esempio



	0	1
S0	$S_1/1$	$S_2/1$
S1	$S_1/0$	$S_2/1$
S2	$S_2/1$	$S_0/0$

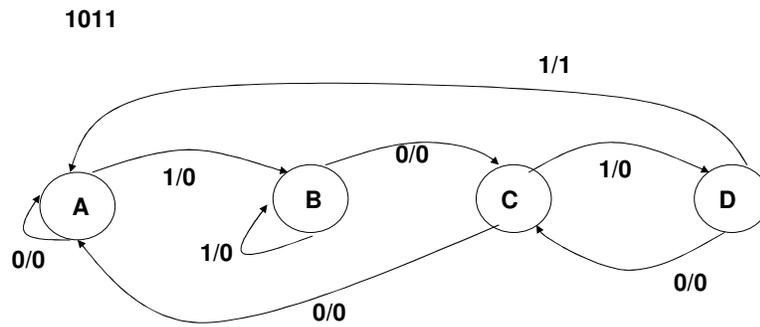
## Macchina di Moore Esempio



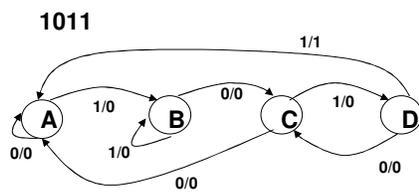
## Esercizio 9

- Si ricavi il diagramma e la tabella degli stati di un sistema sequenziale la cui uscita vada ad 1 una volta riconosciuta la sequenza 1011.
- Le sequenze riconosciute non devono essere sovrapposte, ovvero: una volta riconosciuta una sequenza 1011, e prodotto un 1, il sistema ritorna nello stato di partenza. (In altre parole: l'ultimo 1 di una sequenza non può sovrapporsi col primo 1 di una sequenza successiva).

## Esercizio 9 - Svolgimento



## Esercizio 9 - La tabella degli stati

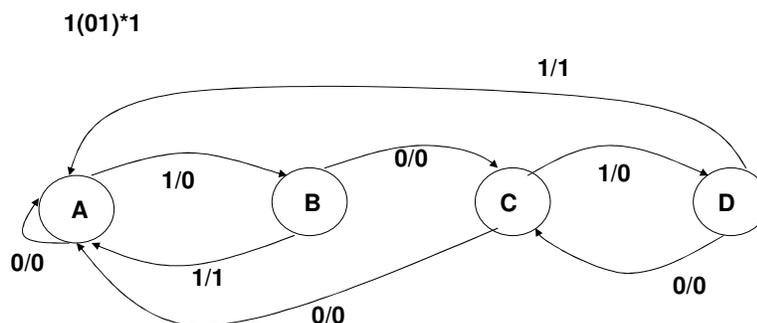


	0	1
A	A/0	B/0
B	C/0	B/0
C	A/0	D/0
D	C/0	A/1

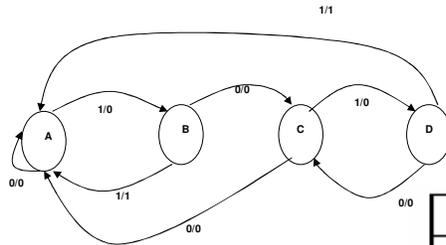
## Esercizio 9.a

- Si ricavi il diagramma e la tabella degli stati di un sistema sequenziale la cui uscita vada ad 1 una volta riconosciuta la sequenza  $1(01)^*1$ .
- $(01)^*$  significa da 0 a infinite presenze della coppia 01.
- Le sequenze riconosciute non devono essere sovrapposte, ovvero: una volta riconosciuta una sequenza  $1(01)^*1$ , e prodotto un 1, il sistema ritorna nello stato di partenza. (In altre parole: l'ultimo 1 di una sequenza non può sovrapporsi col primo 1 di una sequenza successiva).

## Esercizio 9.a - Svolgimento



## Esercizio 9.a - La tabella degli stati

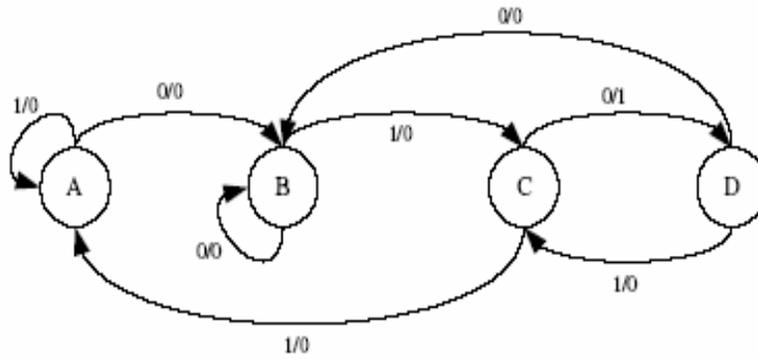


	0	1
A	A/0	B/0
B	C/0	A/1
C	A/0	D/0
D	C/0	A/1

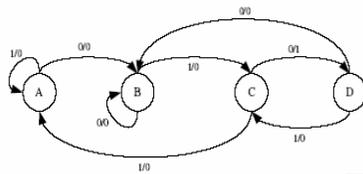
## Esercizio 9.b

- Sia data la seguente specifica funzionale di una macchina sequenziale sincrona con un ingresso  $x$  ed un uscita  $z$ :
- L'uscita al tempo  $t$  vale 1 se in ingresso si è presentata la sequenza 010. Le sequenze possono essere anche sovrapposte (es., se la sequenza di ingresso è 00101010, la sequenza d'uscita sarà 00010101).
- Tracciare il diagramma degli stati e ricavare la tabella degli stati

## Esercizio 9.b - Il diagramma degli stati



## Esercizio 9.b - La tabella degli stati



	$x=0$	$x=1$
<i>A</i>	B/0	A/0
<i>B</i>	B/0	C/0
<i>C</i>	D/1	A/0
<i>D</i>	B/0	C/0

## Sintesi di Reti Sequenziali Sincrone

- **Il procedimento generale di sintesi si svolge nei seguenti passi:**
  1. Realizzazione del diagramma degli stati a partire dalle specifiche del problema
  2. Costruzione della tabella degli stati
  3. **Minimizzazione del numero degli stati**
  4. Codifica degli stati interni
  5. Costruzione della tabella delle transizioni
  6. Scelta degli elementi di memoria
  7. Costruzione della tabella delle eccitazioni
  8. Sintesi sia della rete combinatoria che realizza la funzione stato prossimo sia di quella che realizza la funzione d'uscita

## Codifica degli Stati Interni

- Il processo di codifica degli stati ha l'obiettivo di identificare per ogni rappresentazione simbolica dello stato una corrispondente rappresentazione binaria
- In seguito alla codifica la *Tabella degli stati* viene trasformata in *Tabella delle Transizioni*
- In questa fase è necessario affrontare i seguenti problemi
- Scelta del codice
  - A minimo numero di bit
  - One-Hot
  - Distanza Minima
- Identificazione della codifica di ogni stato

## Codifica degli Stati Interni

- Una volta scelto il codice, la codifica degli stati influisce sia sull'area sia sulle prestazioni del dispositivo

## Codifica degli Stati Interni

- **Binario Naturale**
  - Il numero di bit è minimo
  - Al primo stato corrisponde la configurazione di bit associata a 0, al secondo stato corrisponde la configurazione di bit associata a 1, ...
  - L'ordinamento degli stati è quello determinato in fase di realizzazione della tabella degli stati
- **One-Hot**
  - Il numero di bit è pari al numero degli stati
  - In ogni codifica un solo bit assume il valore 1, tutti gli altri assumono valore 0

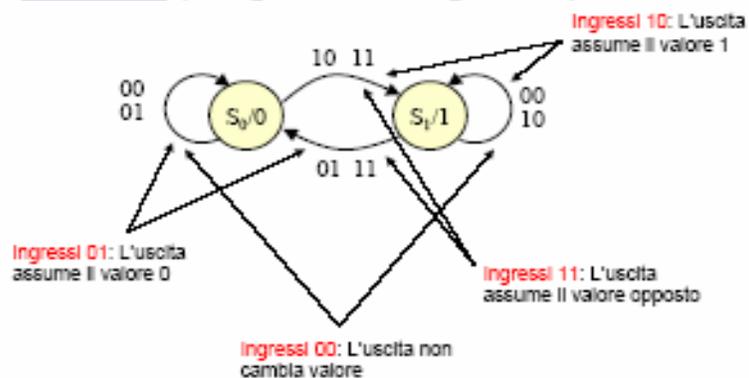
	Binario naturale	Hot-One
S0	00	0001
S1	01	0010
S2	10	0100
S3	11	1000

## Esempio 9.c

- **Specifica**
- Realizzare la sintesi di un sistema con due ingressi ed una uscita che abbia il seguente comportamento:
- Ingressi 00: l'uscita non cambia valore
- Ingressi 01: l'uscita assume il valore 0
- Ingressi 10: l'uscita assume il valore 1
- Ingressi 11: l'uscita assume il valore opposto

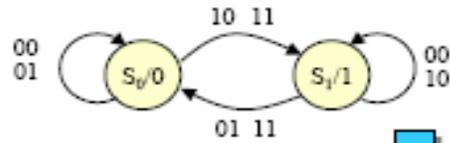
## Esempio 9.c

### ■ Passo 1 (Diagramma degli stati)



## Esempio 9.c

### ■ Passo 2 (Tabella degli stati)

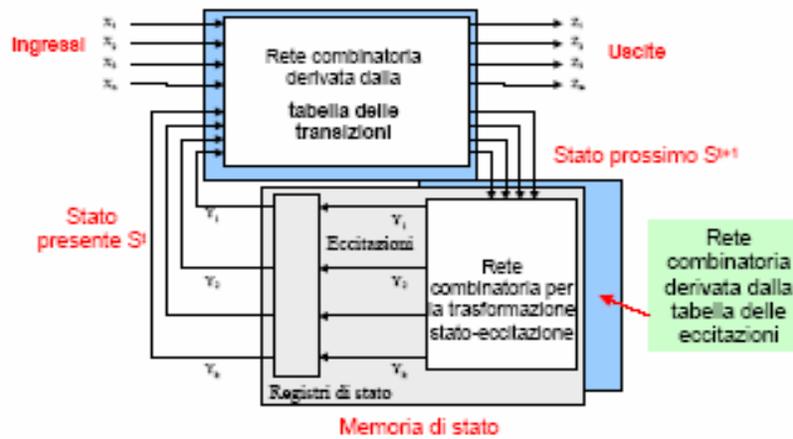


		Ingresso				Uscita
		00	01	11	10	
Stato	S <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>1</sub>	0
	S <sub>1</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	1

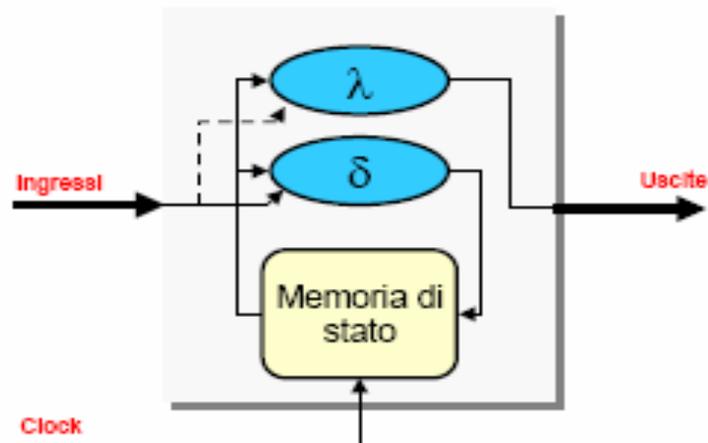
## Scelta degli Elementi di Memoria

- La tabella delle transizioni descrive la relazione tra i bit dello stato presente e quelli dello stato futuro
  - La configurazione in bit dello stato presente è in diretta corrispondenza con l'uscita degli elementi di memoria
  - La configurazione in bit dello stato futuro indica ciò che si vuole ottenere
- Cambiando il tipo dei bistabili variano i segnali che bisogna generare per realizzare la transizione stato presente-stato futuro
- I segnali di ingresso di un bistabile prendono il nome di eccitazioni
- La tabella delle eccitazione di un bistabile rappresenta lo strumento per passare dalla tabella delle transizioni alla tabella delle eccitazioni di una specifica macchina a stati

## Scelta degli Elementi di Memoria



## Scelta degli Elementi di Memoria



## Tabelle delle Transizioni ed Eccitazioni

### ■ Tabelle delle Transizioni

C	S	R	Q*
0	-	-	Q
1	0	0	Q
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	-

C	J	K	Q*
0	-	-	Q
1	0	0	Q
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	Q

C	D	Q*
0	-	Q
1	0	0
1	1	1

C	T	Q*
0	-	Q
1	0	Q
1	1	Q

### ■ Tabelle delle Eccitazioni

Q	Q*	C	S	R
0	0	0	-	-
1	1	0	-	-
0	0	1	0	-
0	1	1	1	0
1	0	1	0	1
1	1	1	-	0

Q	Q*	C	J	K
0	0	0	-	-
1	1	0	-	-
0	0	1	0	-
0	1	1	1	-
1	0	1	-	1
1	1	1	-	0

Q	Q*	C	D
0	0	0	-
1	1	0	-
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1

Q	Q*	C	T
0	0	0	-
1	1	0	-
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	0

## Scelta Bistabile e Costruzione Tabella delle Eccitazioni

- Bistabile SR
- Bistabile JK
- Bistabile D
- Bistabile T

## Scelta Bistabile e Costruzione Tabella delle Eccitazioni

■ (Passo 3) Codifica Naturale

$$S_0=0, S_1=1$$

■ (Passo 5) Tabella delle Transizioni

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	0	1	1
Q	1	1	1	0	0	1

■ (Passo 6) Scelta del Bistabile

Q	Q'	S	R
0	0	0	-
1	1	0	-
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

■ (Passo 7) Costruzione Tabella delle eccitazioni

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	0	10	10
Q	1	0	01	01	0	1

## Sintesi

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Stato	0	0	0	0	10	10
Stato	1	0	01	01	0	1

Tabella delle eccitazioni

U = Q

■ (Passo 8) Sintesi

Mappa di Karnaugh per S

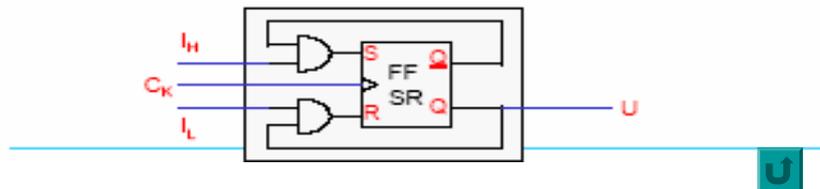
		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>			
		00	01	11	10
Q	0	0	0	1	1
Q	1	-	0	0	-

$S = I_H Q$

Mappa di Karnaugh per R

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>			
		00	01	11	10
Q	0	-	-	0	0
Q	1	0	1	1	0

$R = I_L Q$



## Scelta Bistabile e Costruzione Tabella delle Eccitazioni

- (Passo 3) Codifica Naturale
- (Passo 5) Tabella delle Transizioni
- (Passo 6) Scelta del Bistabile
- (Passo 7) Costruzione Tabella delle eccitazioni

$$S_0=0, S_1=1$$

		$I_H I_L$				Uscita	
		00	01	11	10		
Q	0	0	0	0	1	1	0
	1	1	1	0	0	1	1

Q	Q'	C	J	K
0	0	-	-	-
1	1	0	-	-
0	0	1	0	-
0	1	1	-	-
1	0	1	-	-
1	1	1	-	0

		$I_H I_L$				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0-	0-	1-	1-	0
	1	-0	-1	-1	-0	1

## Sintesi

		$I_H I_L$				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0-	0-	1-	1-	0
	1	-0	-1	-1	-0	1

$U = Q$   
Tabella delle eccitazioni

- (Passo 8) Sintesi

Mappa di Karnaugh per J

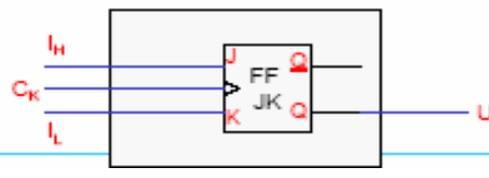
		$I_H I_L$			
		00	01	11	10
Q	0	0	0	1	1
	1	-	-	-	-

$J = I_H$

Mappa di Karnaugh per K

		$I_H I_L$			
		00	01	11	10
Q	0	-	-	-	-
	1	0	1	1	0

$R = I_L$



## Scelta Bistabile e Costruzione Tabella delle Eccitazioni

■ (Passo 3) Codifica Naturale

$$S_0=0, S_1=1$$

■ (Passo 5) Tabella delle Transizioni

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	1	1	0
	1	1	0	0	1	1

■ (Passo 6) Scelta del Bistabile

q	q'	c	o
0	0	0	-
1	1	0	-
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1

■ (Passo 7) Costruzione Tabella delle eccitazioni

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	1	1	0
	1	1	0	0	1	1

## Sintesi

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	1	1	0
	1	1	0	0	1	1

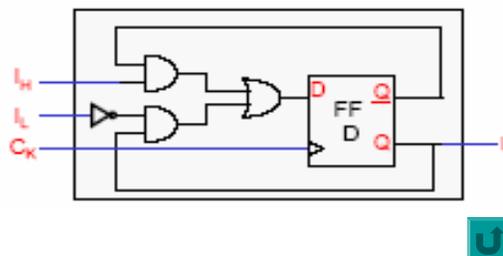
→ U = Q  
Tabella delle eccitazioni

■ (Passo 8) Sintesi

Mappa di Karnaugh per D

		I <sub>H</sub> I <sub>L</sub>			
		00	01	11	10
Q	0	0	0	1	1
	1	1	0	0	1

$$D = I_H Q + \bar{I}_L Q$$



## Scelta Bistabile e Costruzione Tabella delle Eccitazioni

■ (Passo 3) Codifica Naturale

$$S_0=0, S_1=1$$

■ (Passo 5) Tabella delle Transizioni

		w <sub>k</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	1	1	0
	1	1	0	0	1	1

■ (Passo 6) Scelta del Bistabile

Q	Q'	C	T
0	0	0	-
1	1	0	-
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	0

■ (Passo 7) Costruzione Tabella delle eccitazioni

		w <sub>k</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	1	1	0
	1	0	1	1	0	1

## Sintesi

		w <sub>k</sub>				Uscita
		00	01	11	10	
Q	0	0	0	1	1	0
	1	0	1	1	0	1

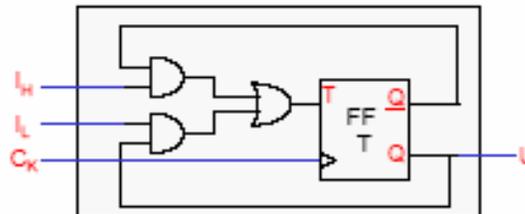
U = Q  
Tabella delle eccitazioni

■ (Passo 8) Sintesi

Mappa di Karnaugh per T

		w <sub>k</sub>			
		00	01	11	10
Q	0	0	0	1	1
	1	0	1	1	0

$$T = I_w Q + I_c Q$$



U

## Minimizzazione degli Stati

- Il procedimento generale di sintesi si svolge nei seguenti passi:
- 1. Realizzazione del diagramma degli stati a partire dalle specifiche del problema
- 2. Costruzione della tabella degli stati
- 3. **Minimizzazione del numero degli stati**
- 4. Codifica degli stati interni
- 5. Costruzione della tabella delle transizioni
- 6. Scelta degli elementi di memoria
- 7. Costruzione della tabella delle eccitazioni
- 8. Sintesi sia della rete combinatoria che realizza la funzione stato prossimo sia di quella che realizza la funzione d'uscita

## Motivazioni

- Il numero minimo di elementi di memoria necessari a memorizzare gli stati dell'insieme  $S$  è  $N_{\min} = \text{int sup}(\log_2 |S|)$
- Nel modello di una macchina a stati possono esistere degli stati ridondanti
- L'identificazione ed eliminazione degli stati ridondanti comporta
  - Reti combinatorie meno costose
  - Minori elementi di memoria

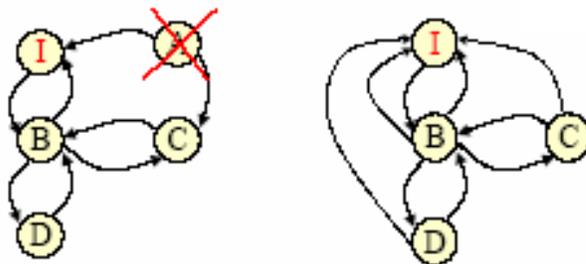


## Obiettivi

- Obiettivo della riduzione del numero degli stati è l'individuazione di una macchina minima equivalente, ovvero funzionalmente equivalente e con il minimo numero di stati
- La riduzione viene realizzata in due fasi
- Eliminazione degli stati non raggiungibili partendo dallo stato iniziale
- Identificazione degli stati
  - Equivalenti, per le macchine completamente specificate
  - Compatibili, per le macchine non completamente specificate

## Stati Irraggiungibili

- Uno stato è irraggiungibile se non esiste alcuna sequenza di transizione di stato che porti dallo stato iniziale in tale stato

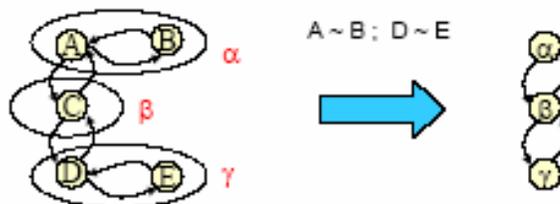


## Definizioni

- Siano:
- $I\alpha$  una sequenza d'ingresso  $\{ij, \dots, ik\}$
- $U\alpha$ , sequenza d'uscita ad essa associata ottenuta attraverso  $\lambda$
- **si, sj** due generici stati
- Due stati  $si$  e  $sj$  appartenenti ad  $S$  sono *indistinguibili* se per qualsiasi sequenza di ingresso le uscite generate partendo da  $si$  o da  $sj$  sono le stesse
- L'indistinguibilità tra  $si$  e  $sj$  si indica con  $si \sim sj$
- La relazione di indistinguibilità gode di tre proprietà
  - Riflessiva:  $si \sim si$
  - Simmetrica:  $si \sim sj \leftrightarrow sj \sim si$
  - Transitiva:  $si \sim sj ; sj \sim sk \rightarrow si \sim sk$

## Classi di Stati Equivalenti

- Due stati indistinguibili sono equivalenti e possono essere sostituiti da un solo stato
- Un gruppo di stati tra loro equivalenti può essere raggruppato in un'unica classe
- L'insieme di classi individuate determina l'insieme di stati della macchina minima equivalente



## Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate

### Regola di Paull-Unger

- La definizione di indistinguibilità è di difficile applicabilità poiché richiederebbe di considerare tutte le sequenze di ingresso
- Regola di Paull-Unger
- Due stati  $s_i$  e  $s_j$  sono indistinguibili se e solo se
  - le uscite sono uguali per tutti i simboli d'ingresso
  - gli stati prossimi sono indistinguibili per tutti i simboli d'ingresso
- La regola è iterativa

## Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate

### Regola Paull-Unger - Esempio

	0	1	
a	d/0	b/1	← a e b hanno la stessa uscita se gli stati futuri d ed e sono indistinguibili, $a \sim b$
b	e/0	b/1	
c	a/1	c/1	← d ed e hanno la stessa uscita se gli stati futuri a ed b sono indistinguibili, $d \sim e$
d	b/1	c/0	
e	a/1	c/0	

a non è indistinguibile da c, d ed e poiché ha una differente uscita

Macchina minima  
equivalente

	0	1
$\alpha$	$\gamma/0$	$\alpha/1$
$\beta$	$\alpha/1$	$\beta/1$
$\gamma$	$\alpha/1$	$\beta/0$

Poiché l'indistinguibilità tra a e b dipende da quella tra d ed e e viceversa, possiamo concludere che  $a \sim b$ ,  $d \sim e$

**Le classi di indistinguibilità sono:**  
 $\alpha = \{a, b\}$ ,  $\beta = \{c\}$ ,  $\gamma = \{d, e\}$

## Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate

### Regola di Paull-Unger

- Poiché gli insiemi  $I$  ed  $S$  hanno cardinalità finita, dopo un numero finito di passi si verifica una delle due condizioni:
- $si \neq \sim sj$  se i simboli d'uscita sono diversi o gli stati prossimi sono distinguibili
- $si \sim sj$  se i simboli d'uscita sono uguali e gli stati prossimi sono indistinguibili

## Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate

### Regola Paull-Unger - Tabella delle Implicazioni

- Le relazioni di indistinguibilità possono essere identificate mediante la **Tabella delle Implicazioni**
  - Mette in relazione ogni coppia di stati
  - È triangolare (proprietà simmetrica) e priva di diagonale principale
- Ogni elemento della tabella contiene
  - Il simbolo di non equivalenza ( $X$ ) o di equivalenza ( $\sim$ )
  - La coppia di stati a cui si rimanda la verifica, se non è possibile pronunciarsi sulla equivalenza degli stati corrispondenti

<b>S1</b>	X		
<b>S2</b>	X	$\sim$	
<b>S3</b>	S1,S2	X	X
	<b>S0</b>	<b>S1</b>	<b>S2</b>

## Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate Regola Paull-Unger - Tabella delle Implicazioni

- Per ogni coppia di stati
  - Se è marcata come equivalente non è richiesta una ulteriore verifica
  - Se si rimanda ad un'altra coppia
    - Se questi stati sono equivalenti anche gli stati della coppia in esame sono equivalenti
    - Se questi sono non equivalenti anche gli stati della coppia in esame sono non equivalenti
    - Se gli stati della coppia cui si rimanda dipendono da una coppia ulteriore si ripete il procedimento in modo iterativo
- L'analisi termina quando non sono più possibili eliminazioni
- Le coppie rimaste sono equivalenti

## Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate Regola di Paull-Unger - Tabella delle Implicazioni

	0	1
a	g/0	e/1
b	c/0	a/1
c	e/1	g/0
d	b/0	e/1
e	g/0	a/1
f	d/1	f/0
g	a/1	g/0

b	cg					
	ae					
c	x	x				
d	bg	bc	x			
	ae					
e	~	cg	x	bg		
		ae				
f	x	x	de	x	x	
		fg				
g	x	x	ae	x	x	ad
	a	b	c	d	e	f

Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate  
Regola Paull-Unger - Tabella delle Implicazioni

b	cg					
	ae					
c	x	x				
d	bg	bc	x			
	ae					
e	~	cg	x	bg		
		ae				
f	x	x	de	x	x	
			fg			
g	x	x	ae	x	x	ad
	a	b	c	d	e	f

Analisi delle coppie degli stati

- b-a: c-g è indistinguibile se lo è a-e → b-a
- d-a: b-g è distinguibile → d-a
- d-b: b-c è distinguibile → d-b
- e-b: c-g è indistinguibile se lo è a-e → b-e
- e-d: b-g è distinguibile → e-d
- f-c: d-e è indistinguibile se lo è b-g → f-c
- g-c: a-e è indistinguibile → g-c
- g-f: a-d è indistinguibile se lo è b-g → g-f

Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate  
Regola Paull-Unger - Tabella delle Implicazioni

b	~					
c	x	x				
d	x	x	x			
e	~	~	x	x		
f	x	x	x	x	x	
g	x	x	~	x	x	x
	a	b	c	d	e	f

Classi di indistinguibilità

- $\alpha = \{a, b, e\}$
- $\beta = \{c, g\}$
- $\gamma = \{d\}$
- $\delta = \{f\}$

Tabella degli stati minima equivalente

		0	1
$\alpha$	$\beta$	$\alpha$ / 0	$\alpha$ / 1
$\beta$	$\alpha$	$\alpha$ / 1	$\beta$ / 0
$\gamma$	$\alpha$	$\alpha$ / 0	$\alpha$ / 1
$\delta$	$\gamma$	$\gamma$ / 1	$\delta$ / 0

---

Minimizzazione di Macchine Completamente Specificate  
Regola di Paull-Unger - Osservazioni

- Per le FSM completamente specificate l'algoritmo di Paull-Unger
    - Consente di identificare in maniera esatta la FSM minima equivalente
      - La partizione di equivalenza è unica (ogni stato appartiene ad una ed una sola classe)
    - Ha una complessità esponenziale con il numero di stati
- 

---

Macchine non completamente specificate  
Definizioni

- Sono macchine in cui per alcune configurazioni degli ingressi e stati correnti non sono specificati gli stati futuri e/o le configurazioni d'uscita
  - Due stati  $s_i$  e  $s_j$  si dicono compatibili ( $s_i \approx s_j$ )
    - Se, assunti come stati iniziali, per ogni possibile sequenza di ingresso (grande a piacere) danno luogo a sequenze di simboli d'uscita identici a meno di condizioni di indifferenza
-

## Macchine non completamente specificate

### Regola di Paull-Unger Estesa

- La compatibilità è una relazione meno forte di quella di indistinguibilità, non vale la proprietà transitiva

	0	1	
A	C/1	A/-	$A \approx B; B \approx C$ ma $A \not\approx C$
B	C/-	A/1	
C	C/0	A/-	

La regola di Paull-Unger è stata estesa per trattare il caso di macchine non completamente specificate

Due stati  $s_i$  e  $s_j$  sono compatibili se e solo se

- $\lambda(s_i, i) = \lambda(s_j, i) \quad \forall i \in I$  ovunque sono entrambi specificati
- $\delta(s_i, i) \approx \delta(s_j, i) \quad \forall i \in I$  ovunque sono entrambi specificati

La suddetta definizione è ricorsiva

## *Modellazione e minimizzazione di circuiti sequenziali in SIS*

- Per modellare un circuito sequenziale in SIS è necessario definire la tabella delle transizioni ed eventualmente la codifica degli stati (esiste un comando che permette di eseguire la codifica in modo automatico).

## *Modellazione e minimizzazione di circuiti sequenziali in SIS*

- La tabella delle transizioni deve essere descritta all'interno delle keyword **.start\_kiss** e **.end\_kiss** dopo aver definito
- **.model**
- **.inputs**
- **.outputs.**
- Le transizioni devono essere specificate come un insieme di righe che riportano in ordine: valore degli ingressi, stato presente, stato prossimo, valore delle uscite.

## *Modellazione e minimizzazione di circuiti sequenziali in SIS*

- La tabella delle transizioni deve essere preceduta da 5 righe che specificano il numero di input, il numero di output, il numero di transizioni (opzionale), il numero di stati e lo stato di reset.
- Dopo la tabella delle transizioni (dopo **.end\_kiss**) possono essere riportate le istruzioni necessarie per definire la codifica degli stati qualora non si decida di farla definire a SIS in modo automatico. La keyword da utilizzare per definire la codifica è **.code** seguita dal nome dello stato e dalla sua codifica binaria.

## *Modellazione e minimizzazione di circuiti sequenziali in SIS*

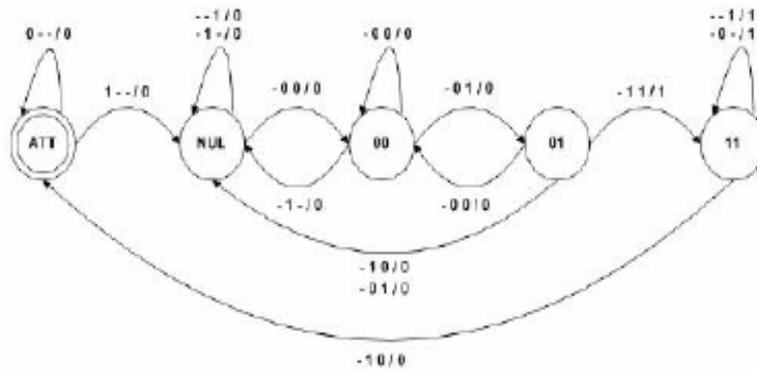
- Dopo aver modellato il circuito, è possibile procedere con la minimizzazione degli stati.
- Una volta caricato il file .blif con il comando `read_blif`, la minimizzazione degli stati si esegue con il comando **state\_minimize stamina**. Quindi è possibile eseguire la minimizzazione della logica combinatoria, ad esempio lanciando lo script `script.rugged` come visto per minimizzazione dei circuiti combinatori.

## *Esempio*

- Si consideri il circuito sequenziale che è in grado di riconoscere la sequenza di ingresso 00 01 11, (ingresso IN a 2 bit).
- Il circuito è attivo ed inizia ad analizzare i valori dell'ingresso IN quando l'ingresso START passa da 0 a 1.
- Nello stesso ciclo di clock in cui viene riconosciuta la sequenza 00 01 11, l'uscita OUT passa da 0 a 1.
- OUT rimane a 1 fino a quando gli ingressi assumeranno il valore 10; momento in cui il circuito viene nuovamente posto in attesa che il segnale START passi da 0 a 1.

## Esempio

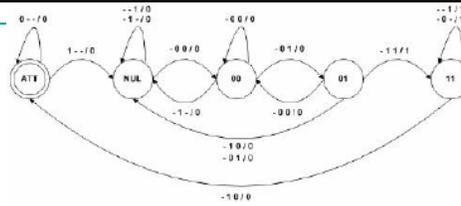
- La seguente figura illustra il grafo di transizione degli stati.



## Esempio

- Nello stato ATT, il circuito è in attesa che il segnale di start commuti da 0 a 1. Gli altri 4 stati indicano che una porzione della sequenza è stata riconosciuta. Si noti che se nello stato 01 viene applicato l'input 00, l'automa anziché portarsi nello stato NUL si sposta nello stato 00 riconoscendo l'inizio di una sequenza valida.
- Scegliendo di codificare gli stati come ATT = 000, NUL = 001, 00 = 010, 01 = 011 e 11 = 100, si riporta di seguito la tabella di verità della funzione dello stato prossimo e dell'uscita OUT. Lo stato attuale è codificato mediante i bit a2 a1 a0, mentre lo stato prossimo è codificato con i bit s2 s1 s0.

## Esempio



a2	a1	a0	START	IN1	IN0	s2	s1	s0	OUT
0	0	0	0	-	-	0	0	0	0
0	0	0	1	-	-	0	0	1	0
0	0	1	-	0	0	0	1	0	0
0	0	1	-	-	1	0	0	1	0
0	0	1	-	1	-	0	0	1	0
0	1	0	-	0	0	0	1	0	0
0	1	0	-	0	1	0	1	1	0
0	1	0	-	1	-	0	0	1	0
0	1	1	-	1	1	1	0	0	1
0	1	1	-	0	0	0	1	0	0
0	1	1	-	1	0	0	0	1	0
0	1	1	-	0	1	0	0	1	0
1	0	0	-	1	0	0	0	0	0
1	0	0	-	0	-	1	0	0	0
1	0	0	-	-	1	1	0	0	1
1	0	0	-	0	-	1	0	0	1

## Esempio

- La rappresentazione nel formato blif è la seguente:
- .model automa
- .inputs START IN1 IN0
- .outputs OUT
- .start\_kiss
- .i 3 #numero di segnali di ingresso
- .o 1 #numero di segnali di uscita
- .s 5 #numero di stati
- .p 15 #numero di transizioni
- .r ATT #stato di reset

## Esempio

- #tabella delle transizioni
- #(ingressi, stato presente, stato prossimo, uscita)
- 0-- ATT ATT 0
- 1-- ATT NUL 0
- --1 NUL NUL 0
- -1- NUL NUL 0
- -00 NUL 00 0
- -00 00 00 0
- -1- 00 NUL 0
- -01 00 01 0
- -00 01 00 0
- -10 01 NUL 0
- -01 01 NUL 0
- -11 01 11 1
- --1 11 11 1
- -0- 11 11 1
- -10 11 ATT 0
- .end\_kiss

a2	a1	a0	START	IN1	IN0	s2	s1	s0	OUT
0	0	0	0	-	-	0	0	0	0
0	0	0	1	-	-	0	0	1	0
0	0	1	-	0	0	0	1	0	0
0	0	1	-	1	0	0	1	0	0
0	0	1	-	1	-	0	0	1	0
0	1	0	-	0	0	0	1	0	0
0	1	0	-	0	1	0	1	1	0
0	1	0	-	1	-	0	0	1	0
0	1	1	-	1	1	1	0	0	1
0	1	1	-	0	0	0	1	0	0
0	1	1	-	1	0	0	0	1	0
0	1	1	-	0	1	0	0	1	0
1	0	0	-	1	0	0	0	0	0
1	0	0	-	0	-	1	0	0	0
1	0	0	-	-	1	1	0	0	1
1	0	0	-	0	-	1	0	0	1

## Esempio

- #codifica degli stati.
- #E' opzionale perché può essere calcolata automaticamente
- #tramite il comando state\_assign jedi
- .code ATT 000
- .code NUL 001
- .code 00 010
- .code 01 011
- .code 11 100
- .end

a2	a1	a0	START	IN1	IN0	s2	s1	s0	OUT
0	0	0	0	-	-	0	0	0	0
0	0	0	1	-	-	0	0	1	0
0	0	1	-	0	0	0	1	0	0
0	0	1	-	-	1	0	0	1	0
0	0	1	-	1	-	0	0	1	0
0	1	0	-	0	0	0	1	0	0
0	1	0	-	0	1	0	1	1	0
0	1	0	-	1	-	0	0	1	0
0	1	1	-	1	1	1	0	0	1
0	1	1	-	0	0	0	1	0	0
0	1	1	-	1	0	0	0	1	0
0	1	1	-	0	1	0	0	1	0
1	0	0	-	1	0	0	0	0	0
1	0	0	-	0	-	1	0	0	0
1	0	0	-	-	1	1	0	0	1
1	0	0	-	0	-	1	0	0	1

## Esempio

- Una volta caricato il file blif con il comando `read_blif`, è possibile creare le funzioni per lo stato prossimo e per l'output con il comando **`stg_to_network`**.
- A questo punto, visualizzando il blif con il comando `write_blif` si ottiene:
- `.model automa`
- `.inputs START IN1 IN0`
- `.outputs OUT`
- `# Sono stati creati tre elementi di memoria`
- `#.latch, segnale di input, segnale di output, reset)`
- `.latch [2] LatchOut_v3 0`
- `.latch [3] LatchOut_v4 0`
- `.latch [4] LatchOut_v5 0`
- `.start_kiss`
- `.....`
- `.end_kiss`

## Esempio

- `.latch_order LatchOut_v3 LatchOut_v4 LatchOut_v5`
- `.code ATT 000`
- `.code NUL 001`
- `.code 00 010`
- `.code 01 011`
- `.code 11 100`
- `#Queste sono le funzione di stato prossimo`
- `.names IN1 IN0 LatchOut_v3 LatchOut_v4 LatchOut_v5 [2]`
- `0-1-- 1`
- `-11-- 1`
- `11-11 1`
- `.names IN1 IN0 LatchOut_v4 LatchOut_v5 [3]`
- `00-1 1`
- `0-10 1`
- `.names START IN1 IN0 LatchOut_v3 LatchOut_v4 LatchOut_v5 [4]`
- `-01-1- 1`
- `-10--1 1`
- `--1-01 1`
- `-1--10 1`
- `1--000 1`

## Esempio

- # questa è la funzione di l'uscita
- .names IN1 IN0 LatchOut\_v3 LatchOut\_v4 LatchOut\_v5  
OUT
- 0-1-- 1
- -11-- 1
- 11-11 1

## Esempio

- # Non tutti le codifiche di stato sono utilizzate
- #Le configurazioni don't care sono le seguenti
- .exdc
- .inputs START IN1 IN0 LatchOut\_v3 LatchOut\_v4 LatchOut\_v5
- .outputs [2] [3] [4] OUT
- .names LatchOut\_v3 LatchOut\_v4 LatchOut\_v5 [2]
- 11- 1
- 1-1 1
- .names LatchOut\_v3 LatchOut\_v4 LatchOut\_v5 [3]
- 11- 1
- 1-1 1
- .names LatchOut\_v3 LatchOut\_v4 LatchOut\_v5 [4]
- 11- 1
- 1-1 1
- .names LatchOut\_v3 LatchOut\_v4 LatchOut\_v5 OUT
- 11- 1
- 1-1 1
- .end

## Esempio

- E' possibile:
- minimizzare gli stati tramite il comando **state\_minimize stamina**,
- assegnare una codifica per gli stati minimizzati usando il comando **state\_assign jedi**
- minimizzare la logica combinatoria tramite il comando `source -x script.rugged`.
- Notare che l'algoritmo jedi per l'assegnamento della codifica agli stati deve essere eseguito dopo la minimizzazione degli stati.

## Comandi utili di SIS

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| ■ read_blif              | Carica la descrizione blif del circuito   |
| ■ simulate i0 i1 i2 ...  | Simula il circuito in base ai valori forniti per gli ingressi. Esecuzioni successive del comando considerano lo stato in cui il circuito si è portato dopo l'ultima esecuzione  |
| ■ print_stats            | Visualizza informazioni sul circuito  |
| ■ write_blif             | Visualizza la descrizione blif del circuito.  |
| ■ write_eqn              | Visualizza le equazioni booleane corrispondenti ai nodi del circuito  |
| ■ stg_to_network         | Costruisce automaticamente le funzioni di stato prossimo e di uscita a partire dalla tabella delle transizioni e dalla codifica degli stati                                     |
| ■ state_assign jedi      | Usa l'algoritmo jedi per assegnare automaticamente una codifica degli stati che permetta una minimizzazione del circuito e costruisce le funzioni di stato prossimo e di uscita |
| ■ state_minimize stamina | Usa l'algoritmo stamina per minimizzare gli stati della FSM   |
| ■ write kiss             | Visualizza la tabella delle transizioni   |

## Esercizio 9.1

- Tracciare il diagramma degli stati e ricavare la tabella degli stati di un circuito sequenziale in grado di riconoscere la sequenza 00 11 00 01.  
Eeguire la minimizzazione con il programma SIS.

## Esercizio 9.2

- Tracciare il diagramma degli stati di un circuito sequenziale (2 ingressi, 2 uscite) corrispondente alla seguente tabella degli stati. Sia A lo stato di reset.
- Eeguire la minimizzazione con il programma SIS

	00	01	10	11
A	D/10	D/00	A/11	D/11
B	B/1-	A/--	B/-1	C/--
C	C/0-	H/-1	I/-0	A/-0
D	A/10	A/-0	D/11	A/11
E	G/10	G/--	C/-1	I/1-
F	H/--	H/-0	A/01	B/10
G	A/10	G/-0	H/00	D/11
H	D/1-	G/-0	H/00	A/-1
I	F/--	F/11	E/00	A/01

## Esercizio 9.3

- Tracciare il diagramma degli stati di un circuito sequenziale (2 ingressi, 2 uscite) corrispondente alla seguente tabella degli stati. Sia A lo stato di reset.
- Eseguire la minimizzazione con il programma SIS

	00	01	10	11
A	D/00	D/00	A/11	D/11
B	B/1-	A/1-	B/-1	C/--
C	C/0-	H/-1	I/-0	A/-0
D	A/11	A/-0	D/11	A/11
E	G/10	D/--	D/-1	I/1-
F	H/--	A/-0	A/01	A/10
G	A/10	G/-0	H/00	H/11
H	D/1-	G/-0	D/00	A/-1
I	F/--	F/11	E/00	A/01