

✠ Dalle Particelle alle Stringhe ✠

di

Giuseppe Dinoi

@bookDinoi 07, author = G. Dinoi, title = Fisica delle particelle, year = 2008, publisher

=

Capitolo 1

Dalle particelle alle stringhe

1.1 Le particelle elementari

La matematica che io conosco non mi è sufficiente a comprendere a pieno la meccanica del cosmo e delle interazioni tra le varie particelle per formare la materia.

La materia come sappiamo è fatta da **atomi**, considerati inizialmente **particelle indivisibili**¹, sono formati in realtà da un **nucleo centrale** (costituito da **protoni** e **neutroni**) ed **elettroni** che *orbitano* intorno ad esso. Nella tabella seguente sono riportate le proprietà delle tre particelle che costituiscono l'atomo:

Particelle fondamentali dell'atomo			
Particella	Massa	Carica assoluta	Carica relativa
Protone	$1.67262171 \cdot 10^{-27}$ Kg	$+1.60217653 \cdot 10^{-19}$ C	+1
Neutrone	$1.67492729 \cdot 10^{-27}$ kg	0	0
Elettrone	$9,1093826 \cdot 10^{-31}$ kg	$-1.60217653 \cdot 10^{-19}$ C	-1

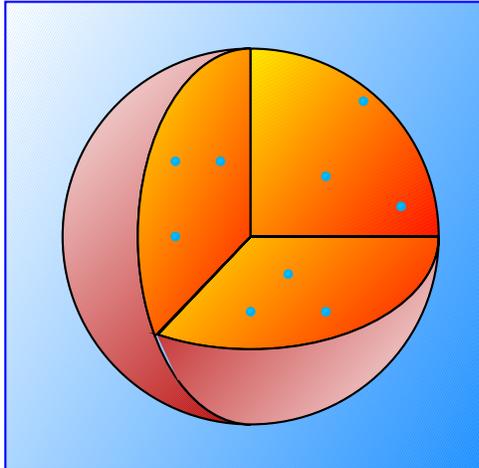
In questa prima parte parlerò della storia dell'atomo, nella seconda parte parlerò della

¹Il termine **atomo** deriva dal greco **ατομος** che vuol dire *indivisibile*

differenza tra particelle mediatrici i bosoni e le particelle dotate di massa intrinseca i fermioni e che cosa hanno in comune tali particelle.

1.2 L'atomo

Democrito un filosofo greco del IV secolo a. C. intuì che la materia era formata da piccolissime particelle indivisibili che battezzò col termine $\alpha\tau\omicron\mu\omicron\sigma$ ². Secondo Democrito la materia non poteva essere divisa all'infinito³ e la parte più piccola prende il nome di atomo. Tra la fine del 1700 e l'inizio del 1800, A. L. Lavoisier, L. Proust e J. Dalton riuscirono a dimostrare l'esistenza degli atomi (*particelle considerate ancora indivisibili*) e come questi si combinano per generare nuovi composti. Con la scoperta delle cariche positive e negative, l'atomo considerato una particella indivisibile era in realtà formato da particelle più piccole protoni (con carica positiva) ed elettroni (con carica negativa) e nel 1898, da J.J.Thomson postula il primo modello atomico. L'atomo secondo questi era formato da una sfera compatta e omogenea di carica positiva e all'interno della quale erano distribuiti gli elettroni di carica negativa.



Con la scoperta degli elettroni (*particelle di carica negativa*) e i protoni (*particelle di carica positiva*) Thomson postula il primo modello atomico. Questi immaginò l'atomo come una sfera compatta omogenea di carica positiva e all'interno della quale erano distribuite le cariche negative, gli elettroni.

1.3 Ernest Rutherford

Siamo intorno al 1910 ed era già noto dell'esistenza di alcuni elementi radioattivi

² $\alpha\tau\omicron\mu\omicron\sigma$ in greco vuol dire indivisibile

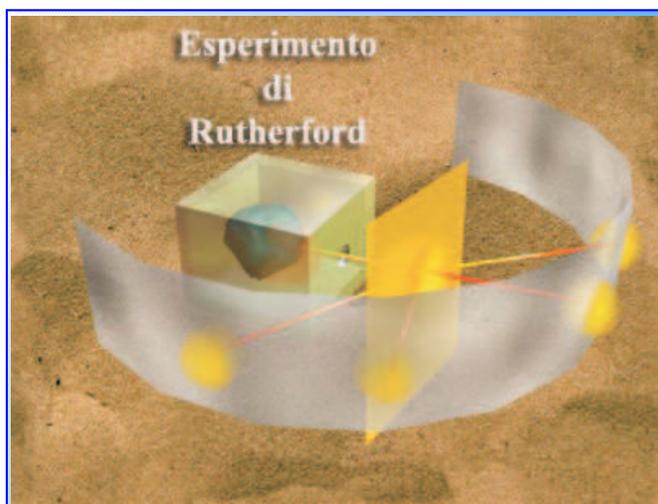
³Se noi dividiamo in parti sempre più piccole la materia finirebbe col non esistere.

(isotopi⁴) in grado di emettere particelle α (nuclei di elio ${}^2_2\text{He}^{+2}$), particelle β (elettroni e^-) e radiazioni elettromagnetiche γ di carica e massa nulla (*vedi tabella*).

Radiazione α	Positiva	Nuclei di elio He^{2+}	È in grado di attraversare sottilissimi strati di metallo. Bassa penetrazione.
Radiazione β	Negativa	Elettroni liberi e^-	È in grado di attraversare sottili strati di metallo. Media penetrazione.
Radiazione γ	Neutra	radiazione elettromagnetica	È in grado di attraversare strati spessi di metallo. Alta penetrazione.

Nel 1911 Ernest Rutherford utilizzando le particelle α emesse da un elemento radioattivo e dirette su una lamina d'oro di pochi micron riuscì ad analizzare la struttura dell'atomo.

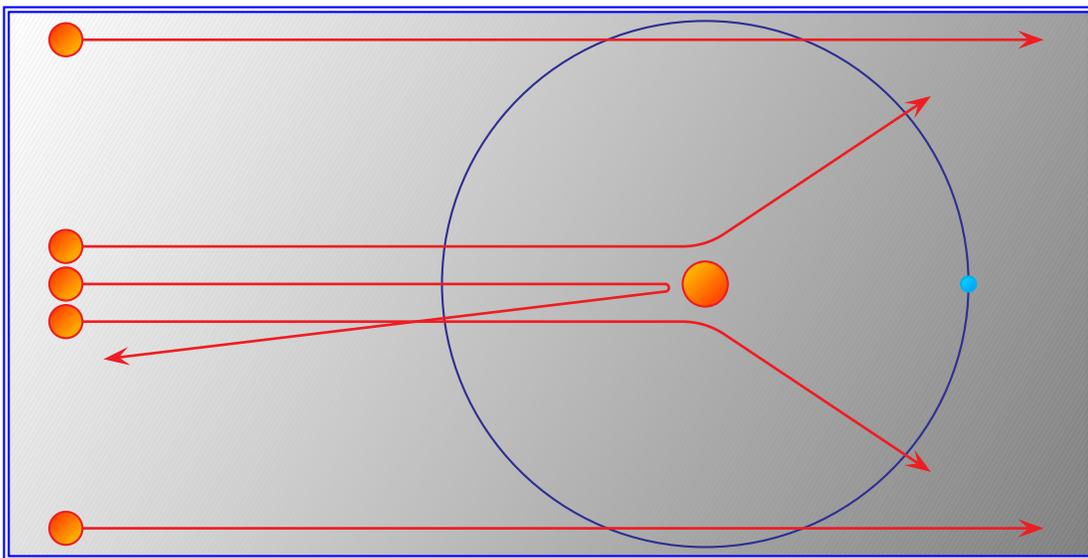
Dall'esperimento risultò che i protoni di carica positiva erano concentrati in un piccolo spazio che chiamò **nucleo** e gli elettroni orbitavano intorno ad esso come pianeti intorno al sole.



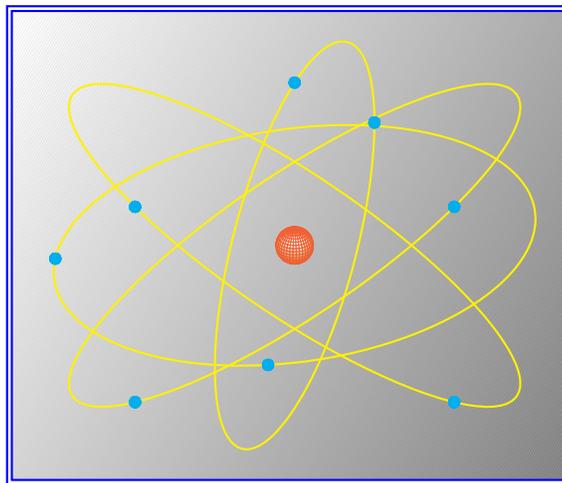
La maggior parte dei raggi α proveniente da una sorgente radioattiva pur attraversando una sottilissima lamina d'oro veniva deviata di un certo angolo φ e alcune di esse passava senza subire deviazione. Rutherford notò, inoltre, che una particella α su diecimila veniva respinta.

Rutherford si rese conto, dai dati sperimentali, che la carica positiva era concentrata in un piccolo spazio che chiamò **nucleo** e intorno ad esso orbitavano gli elettroni. Rutherford determinò le dimensioni dell'atomo ($1.0 \cdot 10^{-8}$ cm) e del nucleo ($1.0 \cdot 10^{-13}$ cm).

⁴Gli isotopi sono elementi che hanno lo stesso numero atomico ma numero di massa diverso. Il numero atomico di un elemento ci sta ad indicare il numero di protoni e il numero di massa è dato dalla somma dei protoni e neutroni presenti nel nucleo.

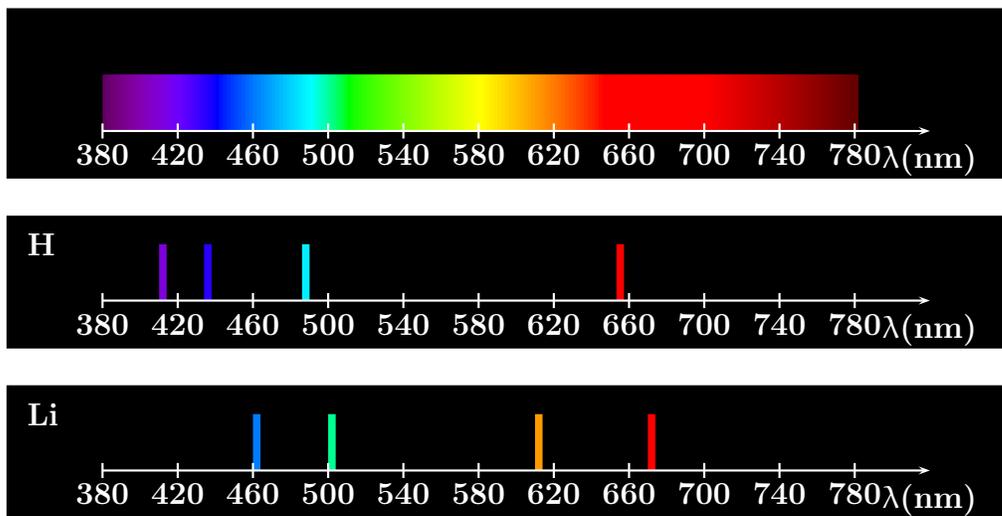


*Dall'immagine si può constatare le **particelle α** che passano lontano dal **nucleo** non subiscono nessuna deviazione, mentre quelle che passano vicini al **nucleo** vengono deviate di un angolo ϕ verso l'alto o verso il basso rispetto al **nucleo** e una su 10 000 viene respinta.*



1.4 Niels Bohr

Il modello atomico di Rutherford si basa sulle leggi della fisica classica e secondo questi vi era un equilibrio tra la forza centrifuga e centripeta che manteneva l'elettrone in orbita a una certa distanza dal nucleo. Ma, secondo tali leggi l'elettrone doveva perdere energia sotto forma di radiazione elettromagnetica e andare a cadere sul nucleo con movimento a spirale. Il modello atomico di Rutherford, inoltre, non era in grado di spiegare gli spettri atomici dell'atomo di idrogeno o altri elementi. La luce emessa da tali elementi e analizzata da uno spettroscopio presentava uno spettro a righe e non a luce continua. Nelle immagini sottostanti vengono riportati gli spettri della luce bianca e degli atomi di idrogeno e litio.



Gli spettri di emissione degli atomi di idrogeno e litio a differenza dello spettro di emissione della luce bianca si presentano a righe colorate. Gli atomi di idrogeno, litio e altri elementi puri emettono e assorbono quantità discrete di energia. La luce emessa e assorbita è quantizzata.

Le leggi della fisica classica non erano applicabili a sistemi microscopici come gli atomi, nel 1900 Max Planck si rese conto che i metalli se riscaldati erano in grado di assorbire e di emettere, non tutte le radiazioni dello spettro elettromagnetico ma solo alcune. L'energia veniva assorbita o emessa in *pacchetti*, che Max Planck chiamò quanti. Una nuova fisica era venuta alla luce in grado di poter spiegare il mondo delle particelle atomiche e sub-atomiche, la fisica quantistica.

Niels Bohr, basandosi sulla fisica quantistica di Max Planck, interpretò gli spettri atomici dell'atomo d'idrogeno e disse che l'elettrone poteva trovarsi solo a certe distanze dal nucleo che chiamò livelli o stati stazionari. Dalle infinite orbite postulate da E. Rutherford solo alcune di esse erano consentite Bohr introdusse il primo numero quantico, n^5 , per quantizzare l'energia delle orbite permesse. Per quanto riguarda l'atomo di idrogeno i raggi delle orbite e relative energie vengono determinate dalle seguenti equazioni:

$$r = a_0 \cdot n^2 \quad a_0 = 0.531 \text{ \AA} \quad (1.1)$$

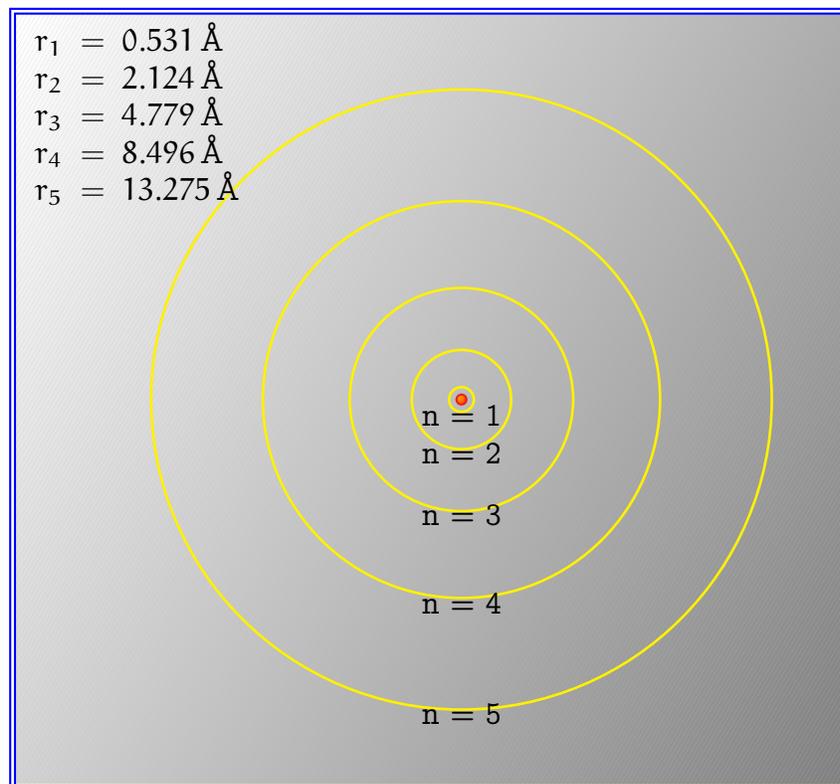
$$E_n = -\frac{1}{n^2} 13.545 \text{ eV} \quad (1.2)$$

dove:

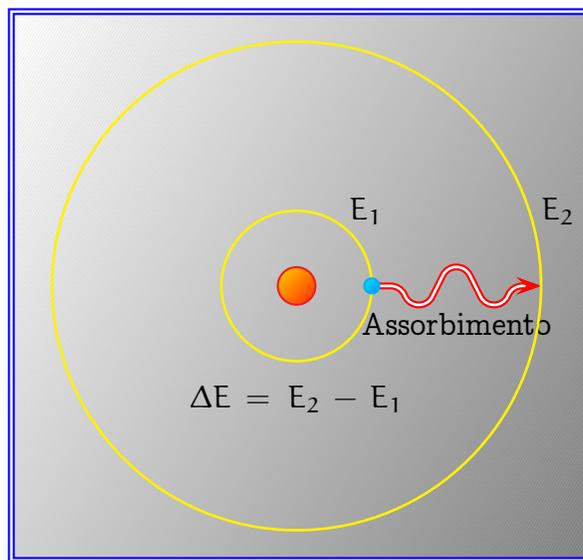
- r raggio dell'orbita misurata in Ångström
- a_0 raggio di Bohr ($a_0 = a_0 = 0.531 \text{ \AA}$)
- n numero quantico principale ($n = 1, 2, 3, \dots, \infty$)
- E_n energia del livello n^{esimo}

⁵ n numero quantico principale assume tutti i valori interi che vanno da 1 a ∞ ($n = 1, 2, 3, \dots, \infty$).

Livello energetico n	Raggio $r = a_0 \cdot n^2$	Energia eV $E = -\frac{1}{n^2} 13.455 \text{ eV}$
1	0.531 Å	-13.455 eV
2	2.124 Å	-3.364 eV
3	4.779 Å	-1.495 eV
4	8.496 Å	-0.840 eV
5	13.275 Å	-0.538 eV
6	19.116 Å	-0.374 eV
7	26.019 Å	-0.275 eV



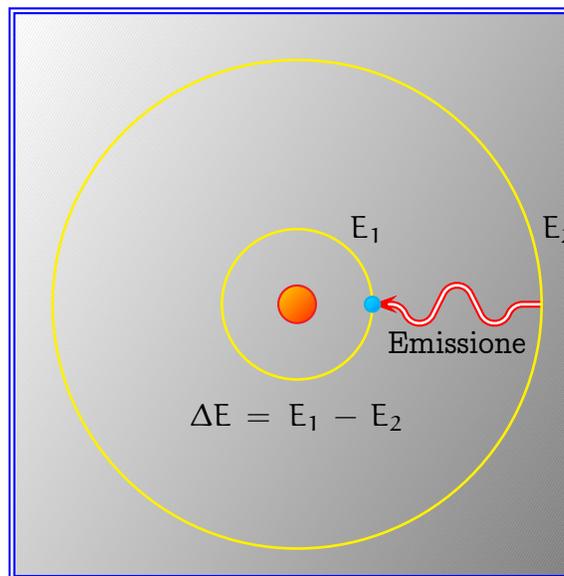
Bohr quantizzò l'energia dell'atomo di idrogeno e introdusse il primo numero quantico, chiamato numero quantico principale e assume tutti i valori interi che vanno da 1 a ∞ . Nell'immagine sono rappresentati i primi cinque livelli o stati stazionari.



Un elettrone per passare da un livello inferiore a uno superiore è necessaria un'energia pari alla differenza energetica dei due livelli. Un'energia insufficiente non è in grado di promuovere l'elettrone nel livello successivo.

$$\Delta E = E_2 - E_1 \quad (1.3)$$

L'elettrone promosso, nel ritornare nel livello inferiore emette una radiazione elettromagnetica⁶ pari all'energia assorbita.

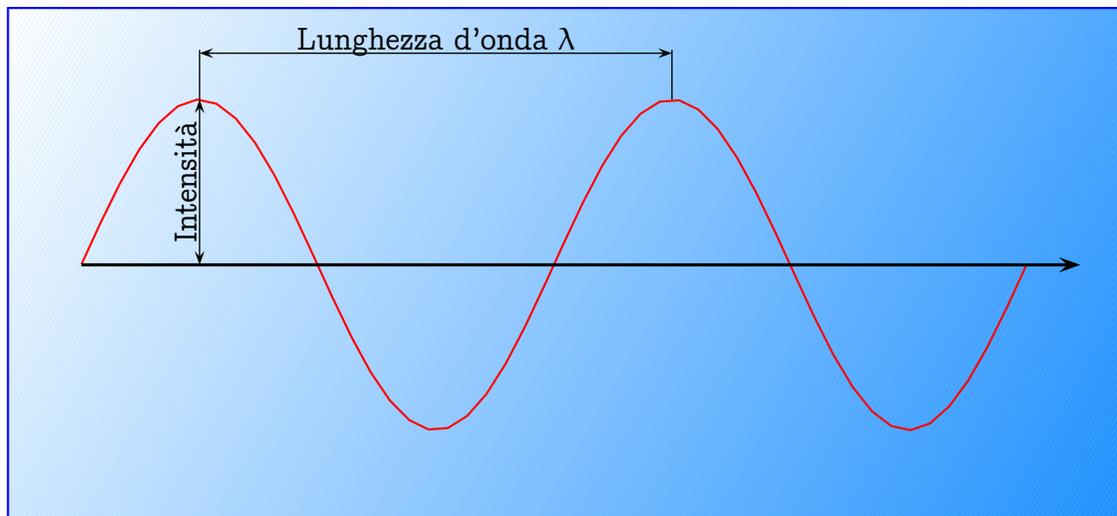


1.5 Louis de Broglie

Nel 1905 Albert Einstein espose la teoria della relatività ristretta dimostrò la

⁶Se la radiazione elettromagnetica emessa è compresa tra 400 nm e 800 nm, farà parte dello spettro visibile e quindi vedremo un colore.

doppia natura ondulatoria e particellare della luce. La luce è formata da piccole particelle, i fotoni, di massa nulla che si muovono in modo ondulatorio a una velocità pari a 299 792 458 m/s ($c = 299\,792\,458\text{ m/s}^7$)



La luce si muove con movimento ondulatorio alla velocità di 299 792 458 m/s, ed è caratterizzata da una lunghezza d'onda λ e da una frequenza ν ($c = \nu \cdot \lambda$)

La forte simmetria che esiste nell'Universo suggerì a L. de Broglie di cercare un comportamento ondulatorio nella materia.

Dalle equazioni della relatività di A. Einstein emergeva una forte relazione tra massa e energia:

$$E = m \cdot c^2 \quad (1.4)$$

dove c è la velocità della luce e m è la quantità di materia che si trasforma in energia. Sapendo che l'energia del fotone è:

$$E = h \cdot \nu \quad (1.5)$$

confrontando l'equazione (1.4) con l'equazione (1.5) avremo:

$$m \cdot c^2 = h \cdot \nu \quad (1.6)$$

Sappiamo inoltre che la frequenza ν delle radiazioni elettromagnetiche è uguale a:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1.7)$$

sostituendo l'equazione (1.7) nell'equazione (1.6) avremo:

$$m \cdot c^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad (1.8)$$

La lunghezza d'onda associata determinata dall'equazione (1.8) è uguale a:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot c} \quad (1.9)$$

⁷ c ci sta ad indicare la velocità della luce.

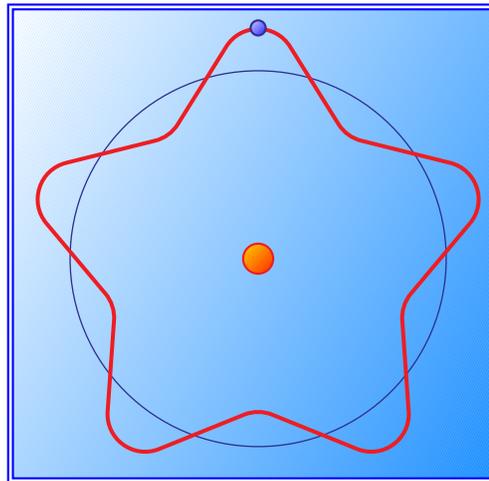
L. DeBroglie ipotizzò che la lunghezza d'onda associata all'elettrone avesse una certa similitudine con l'equazione (1.9), tenendo conto che l'elettrone si muove a una velocità (v) inferiore a quella della luce (c), l'equazione (1.9) può essere scritta nella forma: può essere scritta nella forma:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \quad (1.10)$$

dove m presente nell'equazione (1.10) è la massa dell'elettrone (m_e) e v la sua velocità. Sappiamo inoltre che $m \cdot v$ è la quantità di moto di un punto materiale, l'equazione (1.10) può essere scritta nella forma:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1.11)$$

Nell'equazione (1.11) è presente la componente ondulatoria λ e la componente particellare p ⁸ ed esprime la lunghezza d'onda da associare all'elettrone che si muove a velocità v . L'elettrone secondo L. de Broglie si muove a velocità v con *moto ondulatorio* su orbite consentite.



L. De Broglie intuì e verificò che l'elettrone come le radiazioni elettromagnetiche aveva un compartimento dualistico: ondulatorio e particellare. L'onda associata all'elettrone è:

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

L'elettrone, secondo L. De Broglie, si muove intorno al nucleo su livelli o stati stazionari con moto ondulatorio.

L'equazione (1.10), può essere scritta sotto un' altra forma se si tiene conto della massa relativistica dell'elettrone. La massa secondo le equazioni di A. Einstein aumenta

⁸dove p è la quantità di moto dell'elettrone ($p = m_e \cdot v$)

all'aumentare della velocità secondo la relazione:

$$m = \frac{m_e}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.12)$$

$$m = \frac{m_e \cdot c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (1.13)$$

dove:

- m massa relativistica dell'elettrone.
- m_e massa intrinseca dell'elettrone.
- v velocità dell'elettrone.
- c velocità della luce.

La quantità di moto dell'elettrone è:

$$p = m \cdot v \quad p = \frac{m_e \cdot c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \cdot v \quad (1.14)$$

tenendo conto dell'equazione (1.11) e dell'equazione (1.14) avremo che la lunghezza d'onda associata all'elettrone è:

$$\lambda = \frac{h \sqrt{c^2 - v^2}}{m_e v c} \quad (1.15)$$

1.6 Principio di indeterminazione di W. K. Heisenberg

Abbiamo visto nei paragrafi precedenti che la luce e gli elettroni hanno una doppia natura ondulatoria e particellare e la lunghezza d'onda associata all'elettrone ($\lambda_{\text{elettrone}}$) è paragonabile alla lunghezza d'onda dei fotoni (λ_{fotone}) questo implica che le loro lunghezze interferiscono tra di loro e quindi non è possibile misurare simultaneamente la posizione e la quantità di moto dell'elettrone. Il prodotto tra l'incertezza sulla posizione (Δx) e l'incertezza sulla quantità di moto (Δp_x ⁹) è uguale alla costante di Planck:

$$h = \Delta x \cdot \Delta p_x \quad (1.16)$$

avremo inoltre:

$$h = \Delta y \cdot \Delta p_y \quad (1.17)$$

$$h = \Delta z \cdot \Delta p_z \quad (1.18)$$

⁹La quantità di moto è una grandezza vettoriale $\vec{p} = \vec{p}_x + \vec{p}_y + \vec{p}_z$

Per poter osservare e misurare le dimensioni di un atomo, conoscere la posizione e quantità di moto degli elettroni siamo costretti ad illuminarlo e ad utilizzare radiazioni elettromagnetiche con lunghezze d'onda paragonabili alla lunghezza d'onda associata all'elettrone. E, quindi i Fotoni, le particelle della luce, spostano gli elettroni e ne modificano la loro direzione e il loro verso.

Con il principio di indeterminazione di W. K. Heisenberg concludiamo la prima parte sulla storia degli atomi.

1.7 Protoni, neutroni ed elettroni sono le particelle fondamentali dell'atomo?

L'atomo come abbiamo visto nei paragrafi precedenti era considerato una particella indivisibile e Democrito nel IV secolo a. C. ne aveva intuito la sua esistenza, A. Lavoisier, J. L. Proust e J. Dalton ne dimostrano la sua esistenza. Nel 1803 John Dalton basandosi sulle leggi della conservazione della massa, delle proporzioni definite e delle proporzioni multiple¹⁰ formula la teoria atomica.

- Gli atomi sono piccolissime particelle indivisibili.
- Atomi uguali formano gli elementi.
- Atomi diversi si combinano per formare i composti.

J. J. Thomson si rese conto che gli atomi erano formati da particelle più piccole, elettroni con carica negativa e protoni con carica positiva e nel 1898 postula il primo modello atomico. E. Rutherford nel 1911 utilizzando particelle α (nuclei di elio ${}^2_2\text{He}^{2+}$) analizza la struttura dell'atomo, i protoni erano concentrati in un piccolissimo spazio che chiamo nucleo e gli elettroni ne orbitavano intorno come piccoli pianeti. Nel 1930 venne scoperta da James Chadwick un'altra piccolissima particella di carica neutra e di massa paragonabile al protone contenuta nel nucleo, il neutrone. Murray Gell-Mann e George Zweig ipotizzarono nel 1963 l'esistenza di particelle dotate di carica frazionata, i quark.

Abbiamo sei tipi di quark (*sapori*): Up (u), Down (d), Strange (s), Charm (c), Bottom (b) e Top (t) dotate di carica frazionata. I quark oltre ad essere presenti in sei *sapori* in base alla cromodinamica quantistica possiedono un'altra proprietà chiamata *carica di colore*¹¹ la carica di colore è di tre tipi: rosso, verde e blu, i protoni e i neutroni hanno un colore neutro¹².

¹⁰La legge delle proporzioni multiple fu ricavata sperimentalmente da J. Dalton

¹¹La *carica di colore* non ha niente a che vedere con i colori reali e una proprietà che si manifesta soltanto al di sotto delle dimensioni del nucleo atomico.

¹²I protoni e i neutroni sono formati da tre quark con carica di colore rosso, blu e verde

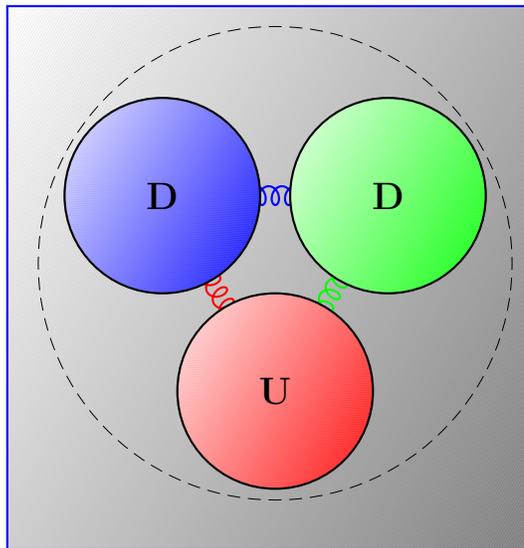
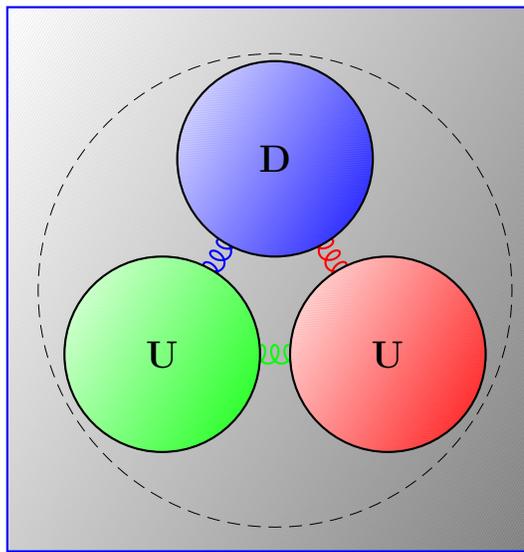
I Quark						
Sapore	Up	Down	Strange	Charm	Bottom	Top
Carica	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$

I protoni e i neutroni, secondo Murray Gell-Mann e George Zweig, sono formati da tre quark. Il protone è formato da due quark up ($+\frac{2}{3}$) e uno down ($-\frac{1}{3}$) il neutrone da un quark up ($+\frac{2}{3}$) e due quark down ($-\frac{1}{3}$)

$$+\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = +1 \quad (\text{carica protone})$$

$$+\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0 \quad (\text{carica neutrone})$$

Paricella	QUARK					
Protone	Up	$+\frac{2}{3}$	Down	$-\frac{1}{3}$	Up	$+\frac{2}{3}$
Neutrone	Up	$+\frac{2}{3}$	Down	$-\frac{1}{3}$	Down	$-\frac{1}{3}$



Tre quark di sapore: Up, Up e Down e carica di colore: rosso, blu e verde sono confinati in un piccolo spazio generando un protone. E, tre quark di sapore: Down, Down e Up con carica di colore: rosso, verde e blu generano un neutrone. L'interazione tra i tre quark del protone e del neutrone è mediata dalle particelle bosoniche, i gluoni.

Le particelle le possiamo dividere in due grandi famiglie: i fermioni e i bosoni. i bosoni (*particelle generalmente prive di massa*, $m_0 = 0$ tranne per i bosoni di gauge deboli Z^0 , W^+ e W^- e il bosone di Higgs), vengono chiamate **particelle mediatrici** e sono: il fotone, il gluone, i bosoni di gauge deboli: Z , W^+ e W^- e il gravitone. Quando due sistemi interagiscono tra di loro vengono scambiati delle particelle che prendono il nome di **particelle mediatrici**, i bosoni.

I bosoni sono le **particelle mediatrici** delle interazioni fondamentali: forza nucleare forte, interazione elettromagnetica, interazione debole e gravità. Nella tabella seguente vengono riportati le **particelle mediatrici** e le loro relative proprietà.

Particelle mediatrici						
Interazione	Mediatore	Massa	Spin	Magnitudo relativa	Andamento asintotico	Raggio d'azione
Forza Nucleare Forte	Gluone	0	1	10^{38}	r^0	$1.5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
Interazione Elettromagnetica	Fotone	0	1	10^{36}	$\frac{1}{r^2}$	∞
Interazione Debole	Bosone Z^0 Bosone W^+ e W^-	$91.1876 \text{ GeV}/c^2$ $80.398 \text{ GeV}/c^2$	1	10^{25}	$\frac{e^{-Mr}}{r}$	10^{-18} m
Gravità	Gravitone	0	1	10^0	$\frac{1}{r^2}$	∞

In tabella si può notare che le masse dei bosoni di Gauge deboli sono state espresse in gigaelettronvolt sulla velocità della luce al quadrato (GeV/c^2), questa formula viene fuori dalla ben nota legge di Einstein, $E = m \cdot c^2$:

$$m = \frac{E}{c^2}$$

I fotoni, particelle mediatrici delle radiazioni elettromagnetiche e i gravitoni particelle mediatrici della gravità, si muovono a velocità costante di $299\,792\,458 \text{ m/s}$, la domande che ci poniamo sono le seguenti:

Che cosa hanno in comune queste due particelle oltre alla massa ($m_0 = 0$) e la velocità ($c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$)¹³?

I fermioni e i Bosoni anche se in apparenza hanno caratteristiche diverse hanno qualcosa in comune?

I quark e gli elettroni sono le particelle più piccole dell'atomo, oppure possono essere divise in particelle ancora più piccole?

Per rispondere correttamente a queste domande dobbiamo essere in grado di penetrare all'interno dell'atomo e analizzare la struttura del quark e dell'elettrone¹⁴ ma per fare questo occorre un energia immensa per mettere in luce l'ipotetica particella limite di cui sono fatti quark, elettroni e particelle mediatrici: le stringhe¹⁵.

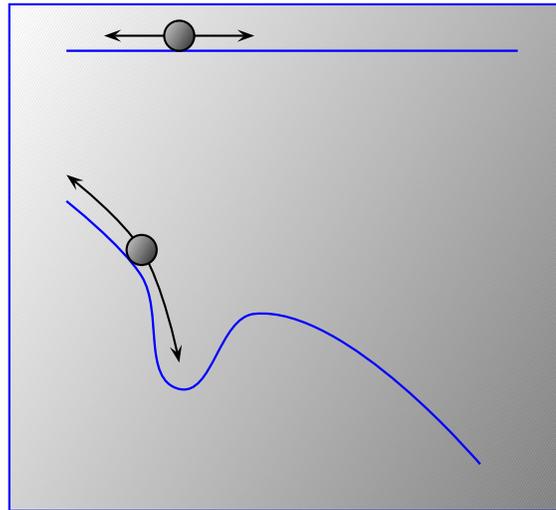
¹³ c ci sta ad indicare la velocità della luce nel vuoto. Le due particelle mediatrici si muovono a velocità della luce perchè prive di massa. Secondo la relatività ristretta nessun sistema può superare tale limite, questo perchè sistemi massivi raggiungerebbe masse relativisticamente infinite.

¹⁴Rutherford utilizzò le particelle α per analizzare la struttura dell'atomo

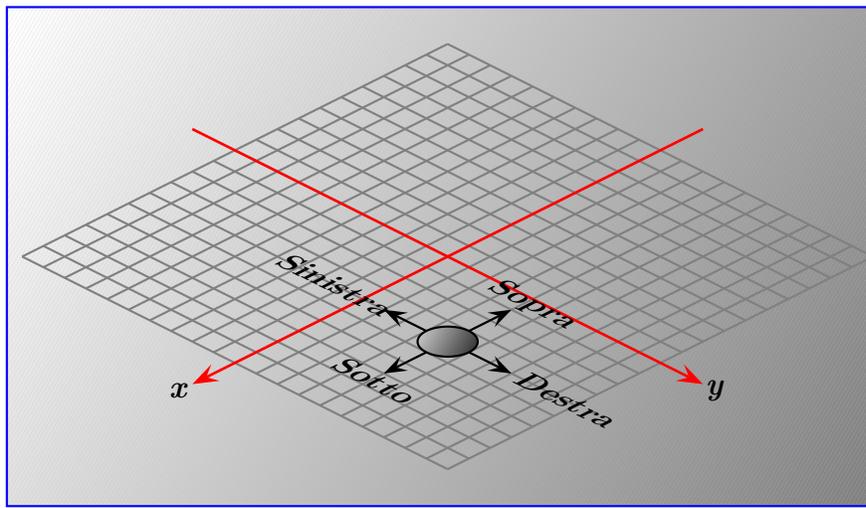
¹⁵Si è ipotizzato l'acceleratore per produrre una quantità così immensa di energia dovrebbe avere le dimensioni del nostro sistema solare.

1.8 Le Stringhe

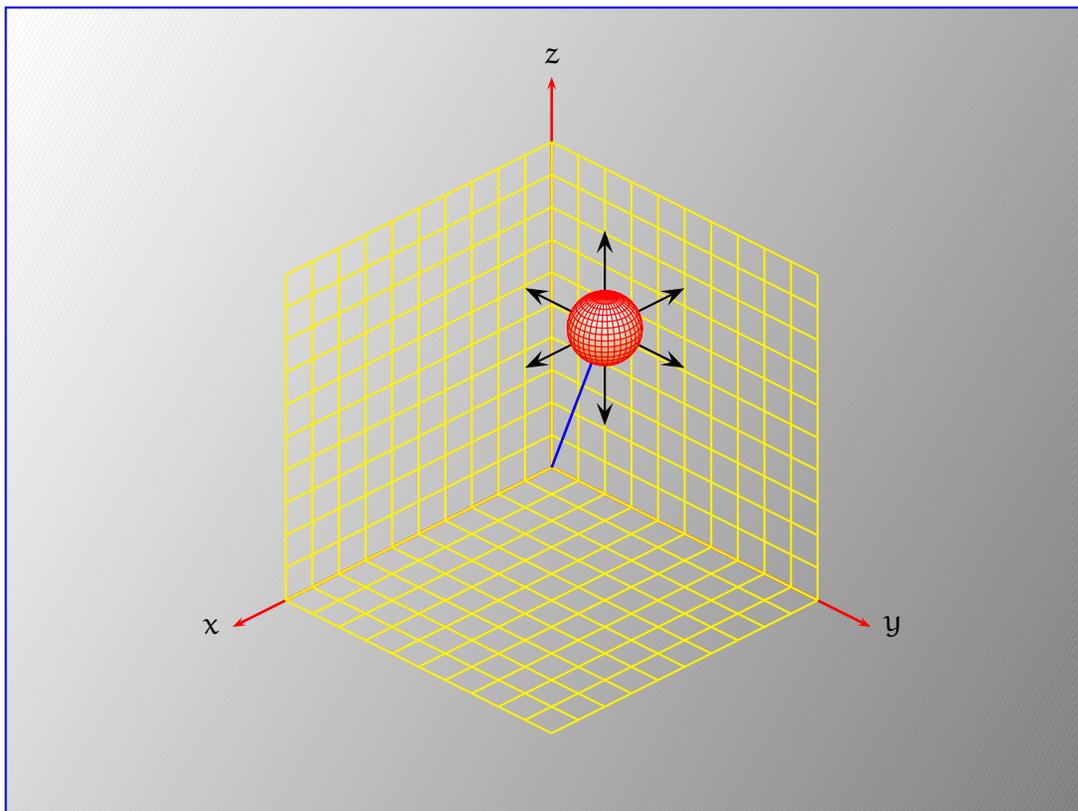
Il primo a parlare della teoria delle stringhe o meglio della teoria delle corde è stato Gabriele Veneziano che ipotizza le particelle, considerate inizialmente puntiforme (*dimensione nulla*), sono oggetti ad una dimensione (le stringhe). Uno studio più approfondito della teoria delle stringhe ha rivelato che gli oggetti descritti dalla teoria possono essere di varie dimensioni e quindi essere punti (*0 dimensioni*), stringhe (*1 dimensione*), membrane (*2 dimensioni*) o oggetti D dimensioni (*D-brane*).



In uno spazio *mono-dimensionale* (1-brane) la sfera viene vista come una linea che si muove avanti e indietro sia esso rettilineo o curvilineo. Gli è proibito accedere alle altre dimensioni. [nota: nel disegno per facilitare la comprensione la sfera è stata rappresentata con un piccolo cerchio.]



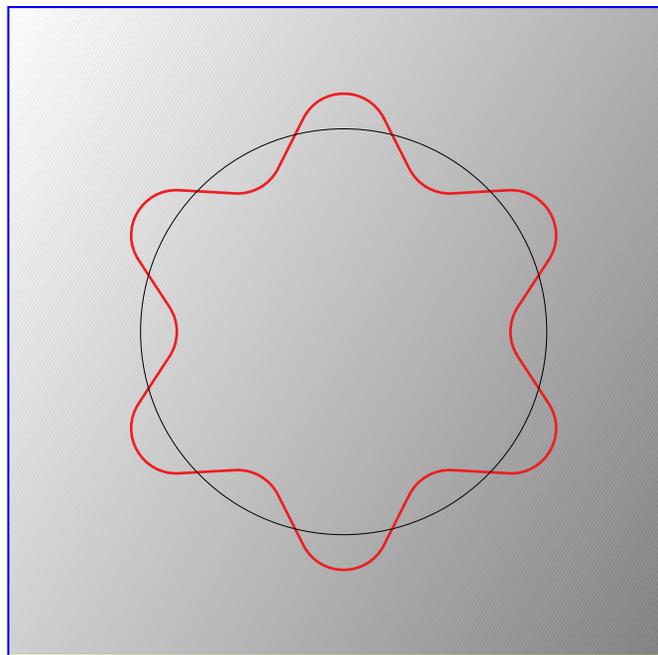
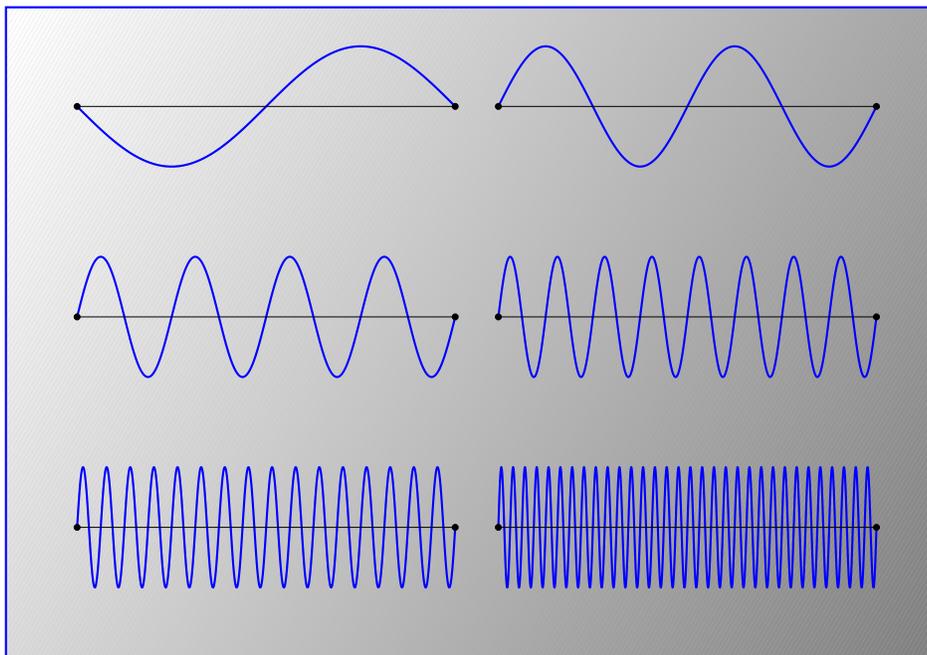
In uno spazio bi-dimensionale (2-brane), la sfera viene rappresentata con un cerchio che si muove da sinistra a destra sopra e sotto gli è proibito spostarsi nell'altra dimensione alto-basso.



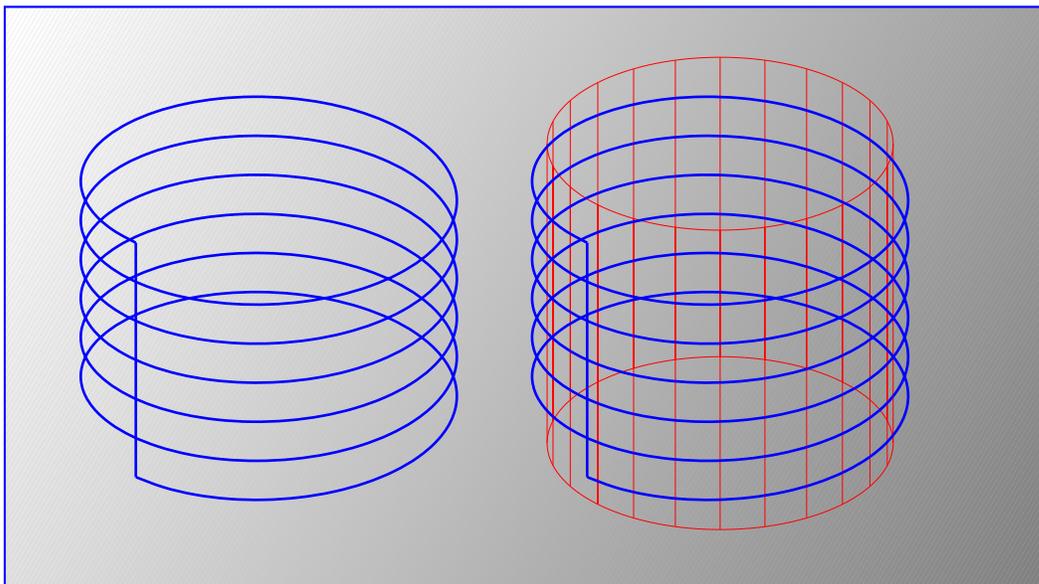
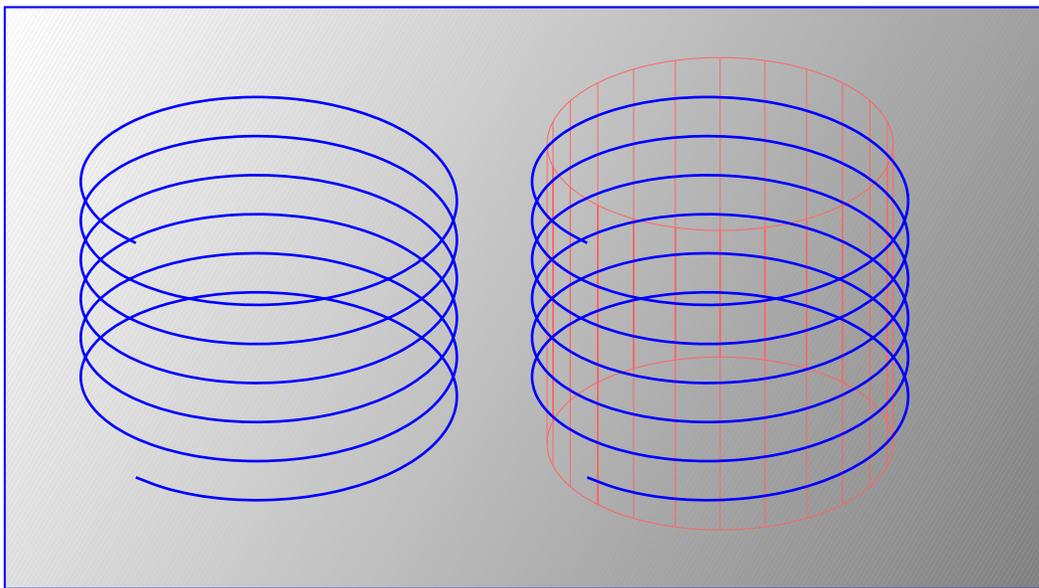
In uno spazio tri-dimensionale (3-brane) la sfera assume la forma a noi nota e si muove lungo tutte le direzioni conosciute alto-basso, sinistra-destra, sopra-sotto. In uno spazio a D dimensioni (D-brane) la rappresentazione della sfera sarebbe più complessa in quanto accederebbe in altre dimensioni nascoste o arrotolate.

Dopo aver accennato a spazi mono-dimensionali (1-brane), bi-dimensionali (2-brane), tri-dimensionali (3-brane) e a D dimensioni (D-brane) torniamo a parlare di stringhe.

Le stringhe possiamo paragonarle a delle corde di energia che vibrano come le corde di violino e possono essere chiuse o aperte. In base alla vibrazione, direzione oraria o antioraria delle vibrazioni, alla tensione della stringa e al suo numero di avvolgimenti possono generare particelle fermioniche (*neutre o cariche*) o particelle bosoniche.

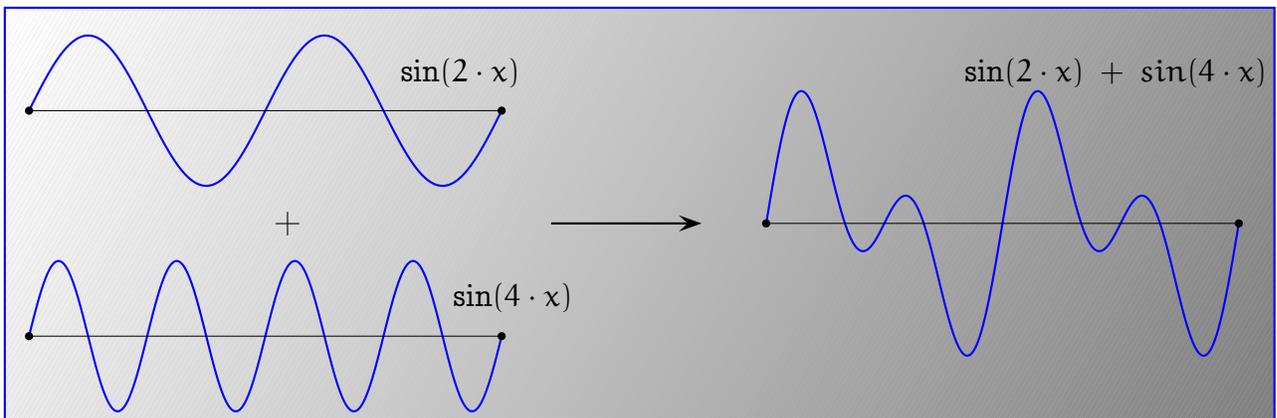
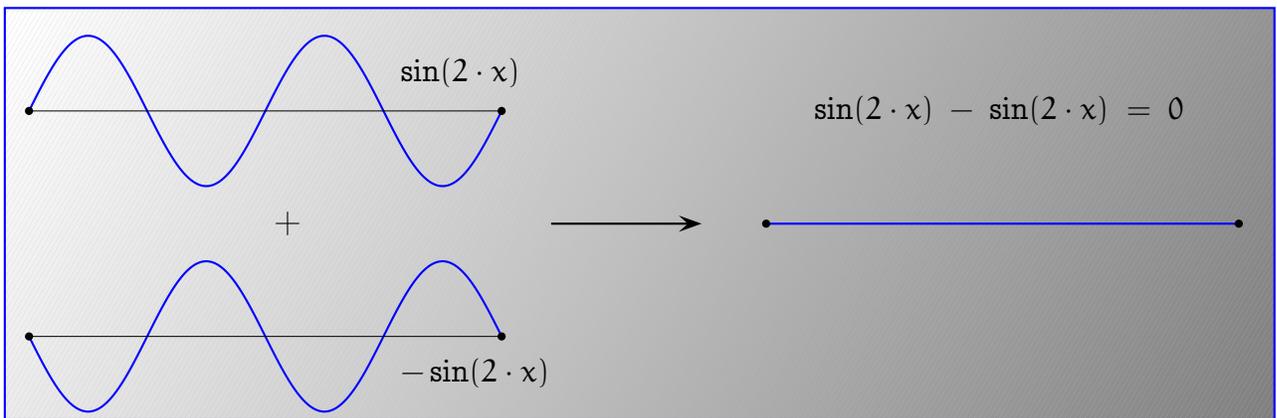
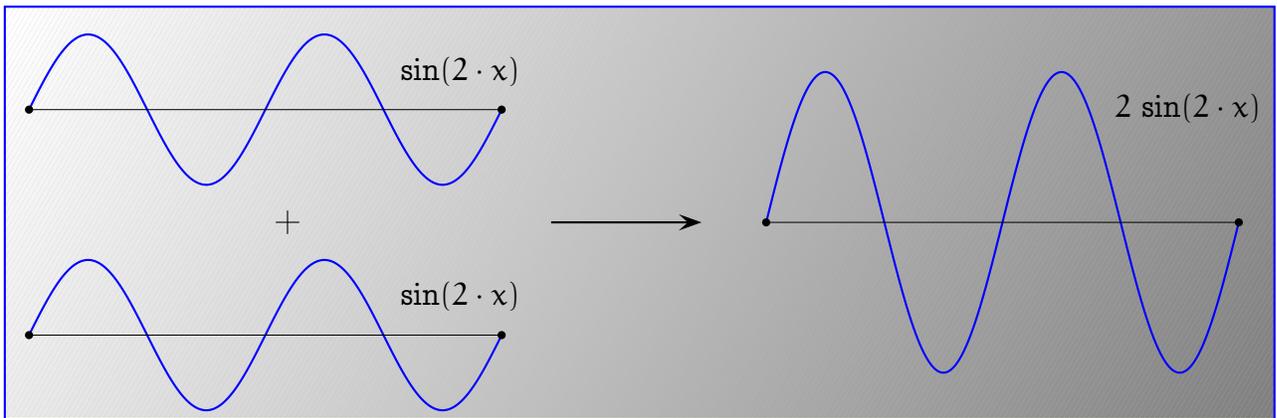


In figura sono state riportate due tipi di stringhe: aperte e chiuse. Le vibrazioni di tali stringhe determinano la massa delle particelle da esse generate. Le altre proprietà (spin, carica) delle particelle generate dipendono dal numero di avvolgimenti, dalla tensione e dalla direzione delle vibrazioni.



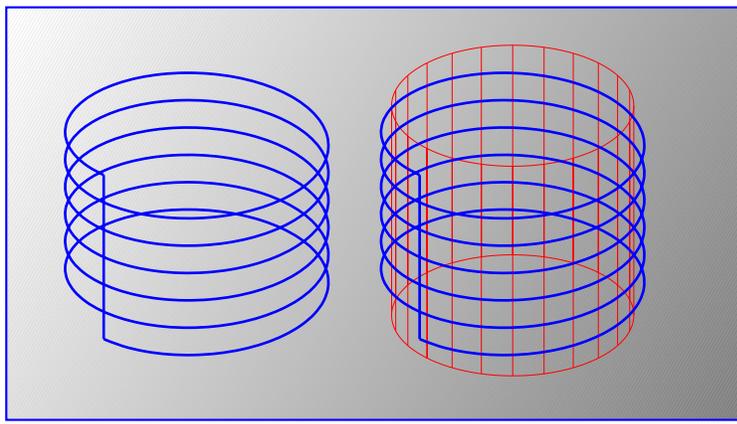
Nelle immagini riportate sopra sono state rappresentate una stringa aperta e una chiusa con n avvolgimenti. Le due stringhe si avvolgono intorno a un ipotetico *cilindro* di raggio r .

Le vibrazioni delle stringhe come le onde elettromagnetiche subiscono fenomeni di interferenze, due stringhe in fase le loro intensità si sommano, due stringhe sfasate le loro intensità si sottraggono. Queste differenze possono generare particelle con masse diverse o nulle.



Nelle immagini si possono notare la somma di due stringhe in fase, sfasate o con lunghezze d'onda diverse.

Nelle immagini riportate sopra abbiamo visto come le onde onde elettromagnetiche o due stringhe che oscillano subiscono fenomeni di interferenze. Se ad esempio noi abbiamo una stringa con n avvolgimenti che si avvolge attorno ad un ipotetico cilindro di raggio r , il primo con il secondo avvolgimento possono trovarsi, come casi limiti, in fase o possono essere sfasati.



Nel primo caso l'intensità aumenta, provocando delle variazioni nelle proprietà delle particelle generate; nel secondo caso l'intensità è nulla e quindi anche la massa delle particelle generate è nulla.

Affinchè le frequenze del primo e secondo avvolgimento siano sfasati tra di loro devono differire di mezza lunghezza d'onda. Per avere un avvolgimento completo le onde devono percorrere uno spazio pari a:

$$s = 2\pi r \quad (1.19)$$

dove r nell'equazione (1.19) è il raggio del cilindro. Sapendo che la frequenza ν per la lunghezza d'onda λ è pari $2\pi r$ ($2\pi r = \nu \cdot \lambda$) avremo:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\nu} \cdot r \quad (1.20)$$

La frequenza ν ci sta ad indicare il numero di onde nell'intervallo compreso tra zero e 2π , che indicherò con n . Quando le frequenze del primo e secondo avvolgimento sono in fase n assume valori interi che vanno da uno a infinito:

$$n = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

la lunghezza d'onda della stringa è pari a:

$$\lambda = \frac{2\pi}{n} \cdot r \quad \text{per } n = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (1.21)$$

Quando le frequenze del primo e secondo avvolgimento sono sfasate avremo:

$$n' = n + \frac{1}{2} \quad (1.22)$$

dove n' nell'equazione (1.21) ci sta ad indicare il numero di onde per coprire lo spazio che va da zero e 2π . tenendo conto della (1.22) la (1.21) può essere scritta come:

$$\lambda = \frac{2\pi}{n + \frac{1}{2}} \cdot r \quad (1.23)$$

$$\lambda = \frac{4\pi}{2n + 1} \cdot r \quad \text{per } n = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (1.24)$$

Le frequenze del primo e secondo del terzo e quarto e così via si annullano reciprocamente generando masse nulle.

Ricordiamo che l'energia è uguale a:

$$E = m \cdot c^2 \quad (\text{equazione di Einstein}) \quad (1.25)$$

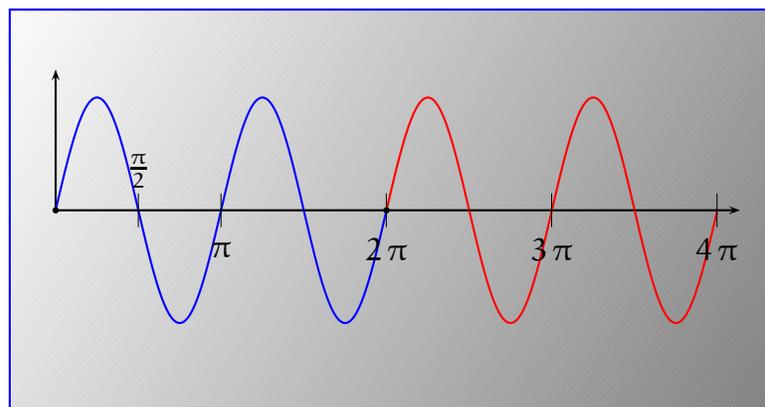
$$E = h \cdot \nu \quad (1.26)$$

$$m \cdot c^2 = h \cdot \nu \quad (1.27)$$

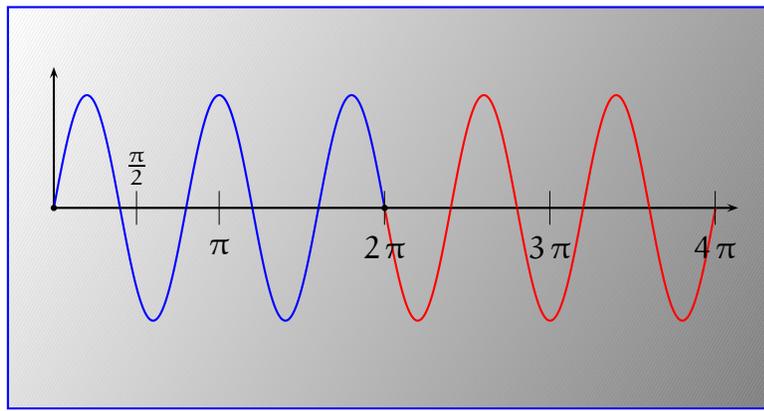
$$m = \frac{h\nu}{c^2} \quad (1.28)$$

dove:

- m massa della particella.
- h costante di Planck.
- ν frequenza della stringa.
- c velocità della luce.



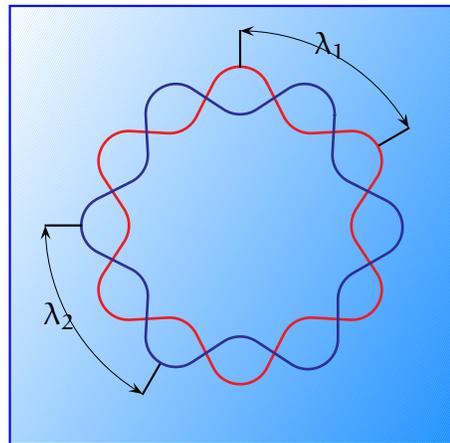
Il primo avvolgimento della stringa va da 0 a 2π e il secondo avvolgimento va da 2π a 4π e come si può notare le frequenze dei due avvolgimenti sono in fase.



Dal diagramma si può notare che il primo e il secondo avvolgimento della stringa sono sfasati e le frequenze entrano in fase dopo due avvolgimenti.

Nel 1° gruppo (frequenze in fase) fanno parte le frequenze degli avvolgimenti pari: 2, 4, 6, ...

Nel 2° gruppo (frequenze in fase) fanno parte le frequenze degli avvolgimenti dispari: 1, 3, 5, ...



Nell'immagine è rappresentata una stringa chiusa, vista dall'alto a n avvolgimenti, come si può notare le frequenze dei due avvolgimenti sono sfasate e generano particelle mediatrici: gluoni, fotoni, gravitoni e per quanto riguarda i bosoni deboli (Z^0 , W^+ e W^-), dotati di massa elevata, le frequenze dei due avvolgimenti possono essere in fase.

1.9 Un fermione può trasformarsi in un bosone? E, un bosone in fermione?

Per rispondere a questa domanda consideriamo inizialmente le proprietà di tre particelle: un elettrone (e^-), un positrone (e^+) e un fotone (γ)

Particella	Famiglia	Simbolo	Massa	Carica	Spin
Elettrone	Fermione	$e^- \beta^+$	$0.510998 \text{ MeV}/c^2$	$-1.602176 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$\frac{1}{2}$
Positrone	Fermione	$e^+ \beta^+$	$0.510998 \text{ MeV}/c^2$	$+1.602176 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$\frac{1}{2}$
Fotone	Bosone	γ	0	0	1

In base alla teoria della relatività un sistema che si muove a una velocità prossima a quella della luce subisce una **contrazione** delle sue **dimensioni** e un aumento di massa secondo le seguenti relazioni:

$$m = m_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{aumento di massa.}) \quad (1.29)$$

$$L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{contrazione della distanza}) \quad (1.30)$$

Se noi consideriamo la **particella elettrone** le equazioni (1.29) e (1.30) possono essere scritte come:

$$m = m_e \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{aumento di massa.}) \quad (1.31)$$

$$r = r_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{contrazione della distanza}) \quad (1.32)$$

dove:

- m_e massa a riposo dell'elettrone.
- m massa relativistica dell'elettrone.
- r_0 raggio dell'elettrone a riposo.
- r raggio relativistico dell'elettrone.
- v velocità dell'elettrone.
- c velocità della luce.

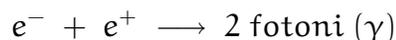
Secondo la teoria della relatività ristretta l'elettrone, come qualsiasi altra particella dotata di massa, non gli è consetito raggiungere la velocità della luce perchè la sua massa diventerebbe infinita e le sue dimensioni nulle¹⁶. Nella tabella seguente viene riportata la massa dell'elettrone, espressa in chilogrammi (Kg) e gigaelettronvolt (GeV) in funzione della velocità (*enne volte la velocità della luce*).

$$v = n \cdot c \quad \text{dove } n \geq 0 \quad n < 1 \quad (1.33)$$

¹⁶Nel Modello Standard gli elettroni sono considerati particelle puntiformi (*prive di struttura interna*).

Elettrone		
Velocità n*c	Massa in Kg	Massa GeV
0.000000 · c	$9.109382 \cdot 10^{-31}$	$5.109980 \cdot 10^{-1}$
0.970000 · c	$3.747099 \cdot 10^{-30}$	2.101965
0.975000 · c	$4.099542 \cdot 10^{-30}$	2.299671
0.980000 · c	$4.577637 \cdot 10^{-30}$	2.567862
0.985000 · c	$5.279138 \cdot 10^{-30}$	2.961374
0.990000 · c	$6.457470 \cdot 10^{-30}$	3.622369
0.995000 · c	$9.120790 \cdot 10^{-30}$	5.116379
0.999000 · c	$2.037429 \cdot 10^{-29}$	$1.142912 \cdot 10^1$
0.999900 · c	$6.441467 \cdot 10^{-29}$	$3.613392 \cdot 10^1$
0.999990 · c	$2.036925 \cdot 10^{-28}$	$1.142629 \cdot 10^2$
0.999999 · c	$6.441307 \cdot 10^{-28}$	$3.613302 \cdot 10^2$

La trasformazione di un elettrone e^- e un positrone e^+ la si può constatare quando la particella e l'antiparticella interagiscono e dalla loro collisione si ottengono due fotoni (γ)¹⁷, processo noto col termine di **annichilazione**.



L'annichilazione elettrone (e^-) positrone (e^+) può essere rappresentata utilizzando i **diagrammi di Feynman**. Prima di scrivere un **diagramma di Feynman** vediamo alcune regole fondamentali.

- A ciascun vertice del diagramma è richiesta la **conservazione dell'energia e del momento quantità di moto**.
- Le linee entranti o uscenti dal diagramma rappresentano particelle reali ed hanno $E^2 = p^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4$. (1.12)

Immagine	Descrizione	Particella
	Linea continua, freccia a destra	Fermione, elettrone
	Linea continua, freccia a sinistra	Antifermione, positrone
	Linea ondulata	Bosone, fotone
	Linea ondulata ad arco	Gluone Loop
	Linea ad arco con freccia a destra	Fermione Loop

¹⁷Questo esperimento è stato effettuato in un acceleratore di particelle, il **LEP Large Electron-Positron Collider**.

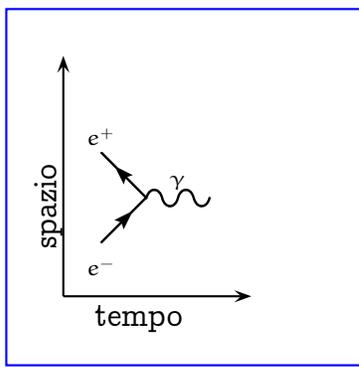
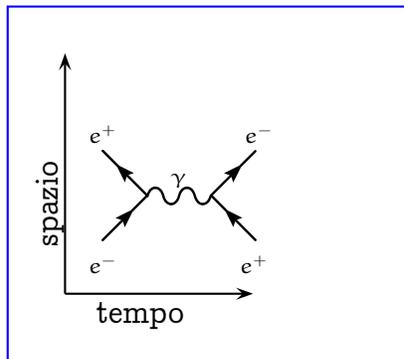
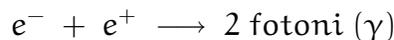


Diagramma di Feynman che rappresenta l'interazione *elettrone-positrone*, che prende il nome di *annichilazione*, si ottiene come risultato finale 2 fotoni (γ)



Annichilazione *elettrone-positrone*, che da come risultato finale 2 fotoni (γ) e successiva trasformazione dei fotoni in *elettrone* e *positrone*.

Se noi consideriamo l'elettrone (e^-) e il positrone *non particelle puntiforme*¹⁸, ma delle stringhe *mono* o *multi-dimensionali* che si muovono lungo la direzione *spazio-tempo*, i *diagrammi di Feynman* possono essere interpretati in modo diverso. Nell'istante in cui la *particella* e l'*anti-particella* interagiscono si ha una *trasformazione della massa in energia* ($E = m \cdot c^2$) e si generano *due fotoni*:



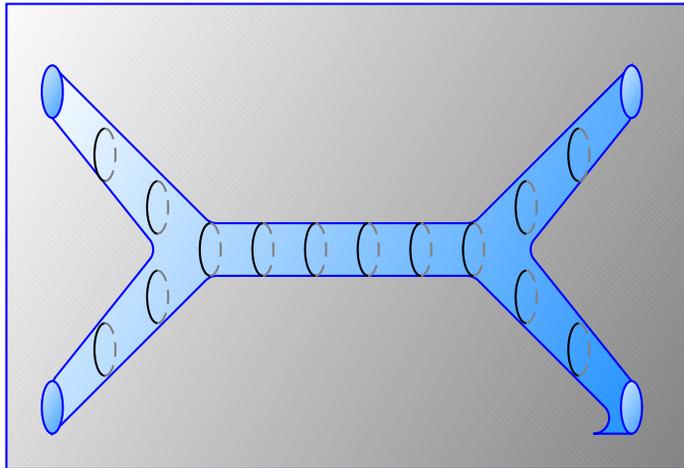
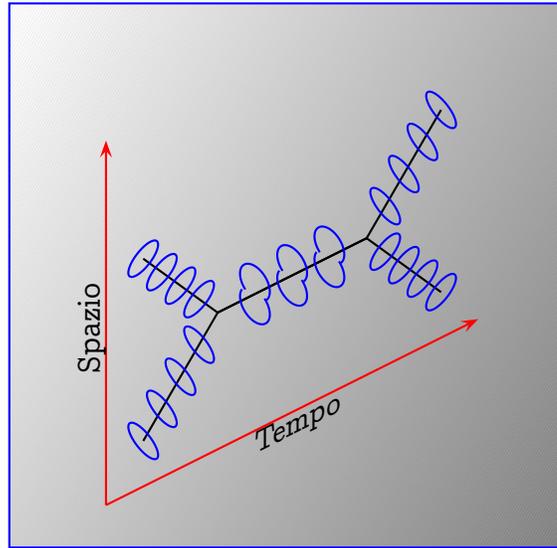
Tale *reazione* tenendo conto della *teoria delle stringhe* può essere interpretata come la *trasformazione del positrone e dell'elettrone in fotoni*. Elettrone e positrone hanno massa e spin uguali ciò che li differisce è la *carica*. La *massa della particella* dipende dalla *vibrazione della stringa* [vedi equazione (1.29)]:

$$m = \frac{h \cdot \nu}{c^2} \quad (1.34)$$

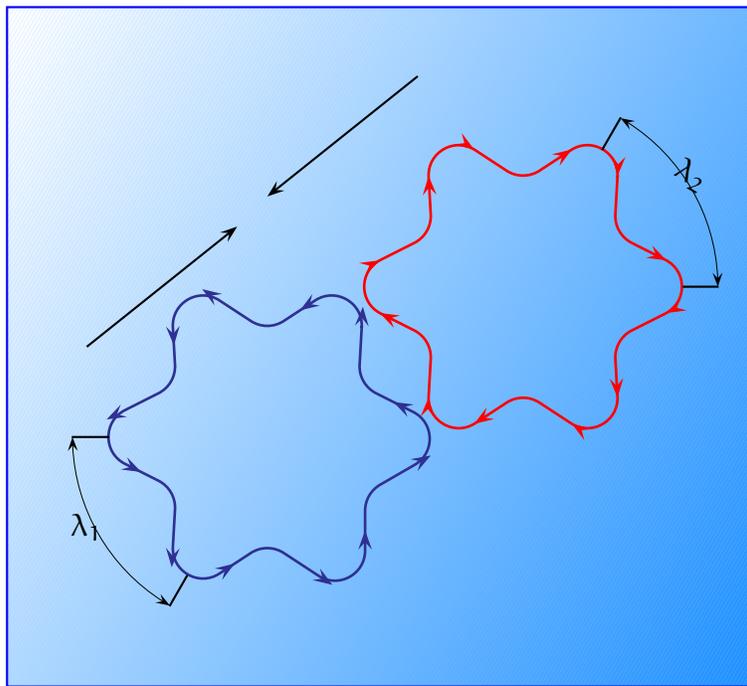
e la *carica della particella* può dipendere dalla *direzione della vibrazione della stringa* (*oraria* o *anti-oraria*), nel momento in cui le due stringhe interagiscono le loro vibrazioni

¹⁸Le particelle puntiformi sono prive di una loro struttura interna

si annullano rendendo massa e carica pari a zero e lo spin assume un valore intero (spin = 1)



La teoria delle stringhe vede l'elettrone (e^-) e il positrone (e^+) dotati di una struttura interna la stringa, *mono* o *multi*-dimensionale. Le stringhe sono molto piccole dell'ordine delle lunghezze di Planck (10^{-33} cm) che si muovono lungo la direzione *spazio-tempo*. Quando le due particelle collidono si formano due fotoni, in questo punto le due stringhe fermioniche si fondono per generare una o meglio due stringhe bosoniche che possono successivamente decadere rigenerando l'elettrone e il positrone.



Un positrone (e^+) e un elettrone (e^-) interagiscono (annichillazione) per trasformarsi in due fotoni (γ). Le loro stringhe cessano *probabilmente di vibrare*. Oppure la stringa di ciascuna particella si arrotola intorno a un ipotetico cilindro di raggio r e le frequenze del 1° e 2° avvolgimento risultano sfasati [vedi 1.8].

1.10 Fermioni che si muovono a una velocità prossima a quella della luce si trasformano in fotoni?

Dopo aver parlato delle interazioni tra elettrone e positrone e dei loro prodotti e accennato sulla teoria delle stringhe è giunto il momento di farsi delle domande e cercare delle risposte.

I bosoni come il fotone e il gravitone hanno massa nulla ($m = 0$) mentre i fermioni come elettroni e quark sono caratterizzati nell'averne una massa e una carica.

Per quanto riguarda i quark ne sono stati identificati sei (sapori): Up (u), Down (d), Strange (s), Bottom (b) e Top (t) caratterizzati nell'averne cariche frazionate, una carica di colore: rosso, giallo e blu e masse diverse.

La domanda che mi pongo: *La massa di tali particelle da cosa dipende? Perché i fotoni e i gravitoni hanno massa nulla?*

Se noi consideriamo la teoria delle stringhe queste particelle sono dotate di una struttura interna che prende il nome di stringa. E, in base al tipo di stringa (*aperta o chiusa, mono o multidimensionale*), alla frequenza, al modo di vibrare (*orario o antiorario*) e alla tensione della stringa possiamo avere particelle dotate o prive di massa cariche o neutre con spin intero o frazionato.

La massa di tali particelle può essere determinata dalle equazioni di Einstein

$$E = m c^2 \quad E = h \cdot \nu \quad (1.35)$$

$$m c^2 = h \cdot \nu \quad (1.36)$$

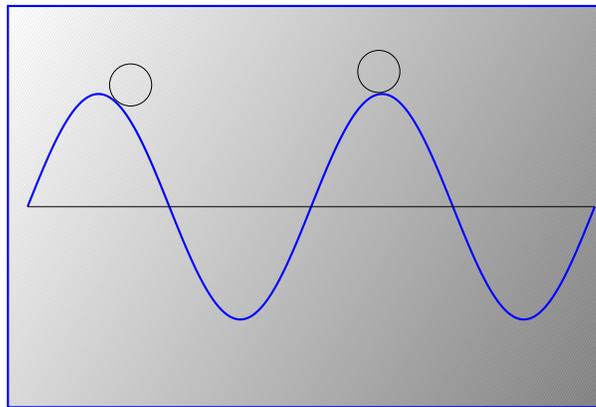
$$m = \frac{h \cdot \nu}{c^2} \quad (1.37)$$

dove ν nell'equazione (1.37) ci sta ad indicare la frequenza della stringa. Come sappiamo la massa dei fotoni e gravitoni è nulla questo implica:

1° Caso: Le stringhe del fotone e del gravitone non vibrano.

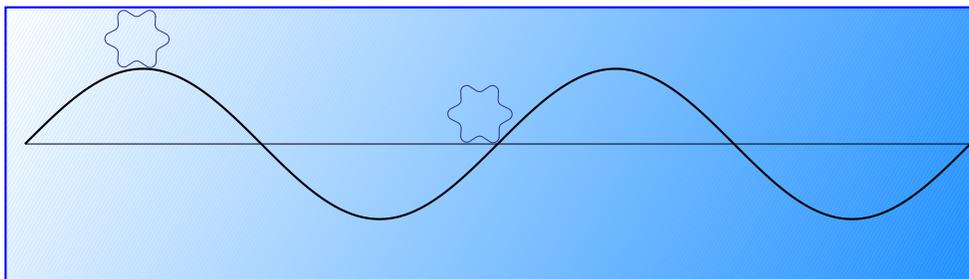
2° Caso: La somma delle frequenze delle loro rispettive stringhe è nulla. Le frequenze sono sfasate.

Nel primo caso le particelle mediatrici: il fotone e il gravitone anche se le loro stringhe non vibrano si muovono alla velocità di 299 792 458 m/s con movimento ondulatorio. e, per farle vibrare occorrerebbe un'energia elevata dell'ordine di $1.22 \cdot 10^{19}$ GeV (energia di Plank)¹⁹, energia che è possibile trovarla in un buco nero. Questa energia, probabilmente potrebbe far vibrare le stringhe di tali particelle mediatrici e trasformarli in fermioni.



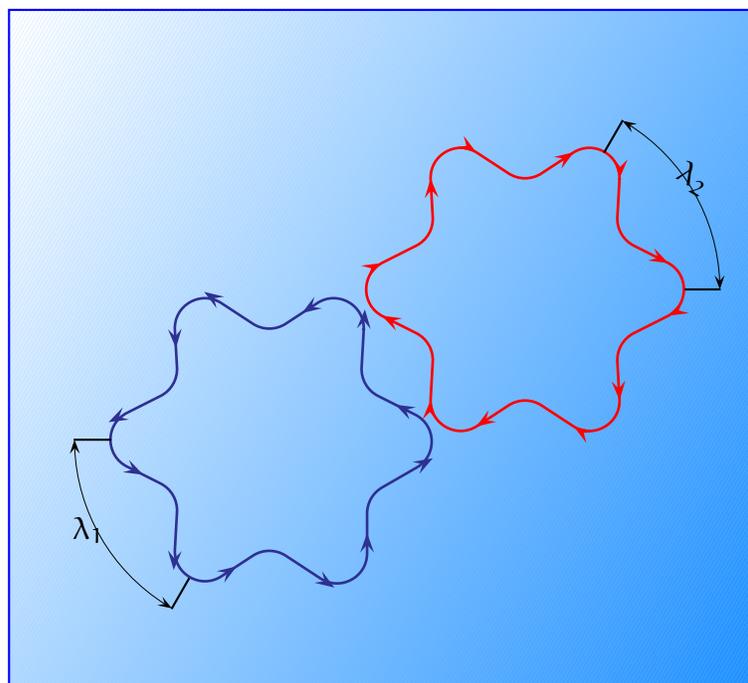
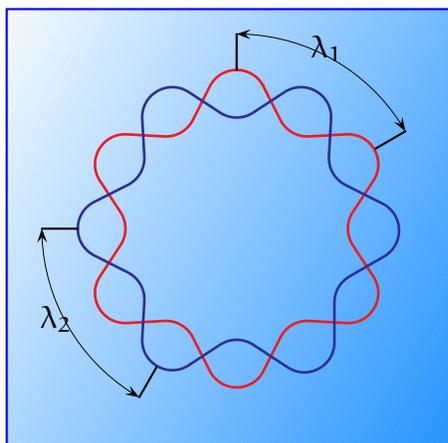
La stringa bosonica (fotone o gravitone) anche se non vibra ($\nu = 0$) si muove con movimento ondulatorio alla velocità di 299 792 458 m/s. Le emissioni o gli assorbimenti osservati delle radiazioni elettromagnetiche sono una conseguenza dell'energia cinetica dei fotoni e non alla frequenza della stringa.

¹⁹Questo valore è molto indicativo l'energia in grado di poter far vibrare la stringa bosonica (fotone) potrebbe avere valori anche più elevati.



I fermioni si muovono con movimento ondulatorio a velocità inferiore a quella della luce. La frequenza, il modo di vibrare e la tensione della stringa conferisce alla particella: massa, carica e spin.

Nel secondo caso, considerando la somma delle vibrazioni della stringa bosonica nulle, la si può considerare una stringa chiusa ad n avvolgimenti dove le frequenze del primo e secondo del terzo e quarto del quinto e sesto avvolgimento, \dots sono sfasati e si annullano a due a due rendendo la massa pari a zero.



1.10.1 Che cosa accade se un elettrone si muove a una velocità prossima a quella della luce?

Supponiamo che un elettrone si muova a una velocità pari a $0.99c$ la sua massa secondo la teoria della relatività aumenterebbe di un valore pari a:

$$m = \frac{m_e}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.38)$$

dove:

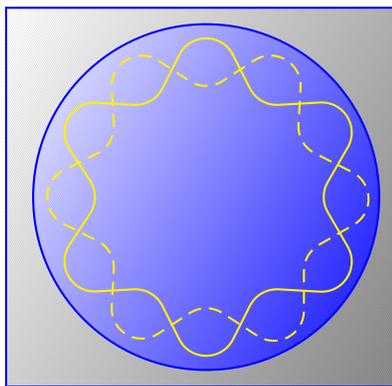
- m_e è la massa a riposo dell'elettrone ($m_e = 9.109383 \cdot 10^{-31}$ Kg)
- m è la massa relativistica dell'elettrone che si muove a una velocità di $0.99c$.

Sostituiamo la massa a riposo (m_e) e la velocità ($0.99c$) dell'elettrone nell'equazione (1.59) e quindi avremo:

$$m = \frac{9.109383 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}}{\sqrt{1 - \frac{0.99^2 c^2}{c^2}}} \quad (1.39)$$

$$m = \frac{9.109383 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}}{\sqrt{1 - 0.99^2}} = 6.4575 \cdot 10^{-30} \text{ Kg} \quad (1.40)$$

Quanto più la velocità dell'elettrone si avvicina alla velocità della luce più la sua massa aumenta. Secondo la teoria della relatività per v che tende a c la massa tenderebbe all'infinito (per $v \rightarrow c \Rightarrow m \rightarrow \infty$), questa affermazione è vera se noi consideriamo l'elettrone una particella puntiforme, una particella priva di struttura interna. Ma se noi consideriamo tale particella con una sua propria struttura interna, anche se piccola²⁰, una stringa chiusa che conferisce all'elettrone le proprietà a noi note (massa, carica e spin).



L'elettrone è dotato di una struttura interna, la stringa, che li conferisce proprietà a noi note: massa, carica e spin.

²⁰Per piccola la si deve intendere dell'ordine delle grandezze di Planck

La massa dell'elettrone dipende dalla vibrazione della sua struttura interna, la stringa, secondo la seguente relazione:

$$m_e = \frac{h \cdot \nu}{c^2} \quad (1.41)$$

dove ν nell'equazione (1.41) ci sta ad indicare la vibrazione della stringa. Quando l'elettrone si muove a velocità prossime a quella della luce la sua massa aumenta in modo relativistico che puo essere anche spiegato dall'aumento delle vibrazioni della stringa. Più la velocità della particella si avvicina alla velocità della luce più la stringa vibra in modo frenetico. Quando la velocità raggiunge un valore critico,²¹ la stringa si spezza come una corda di violino e come un violino non emette più note, la stringa cessa di vibrare e la sua massa crolla a zero, trasformando un fermione in bosone a massa nulla.

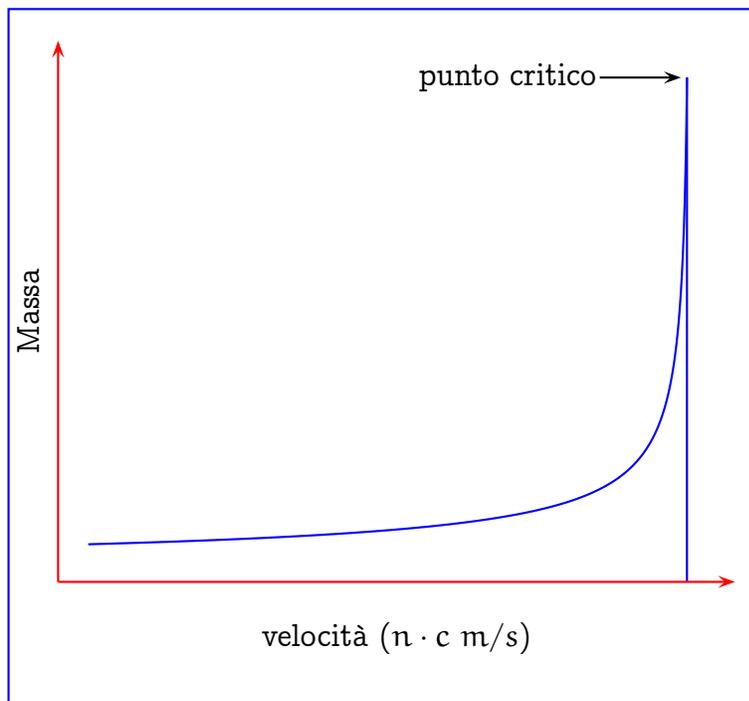
Come primo esempio determiniamo la vibrazione della stringa (ν_0) della massa a riposo dell'elettrone (m_e). Dall'equazione (1.41) determiniamo ν_0 che è uguale a:

$$\nu_0 = \frac{m_e c^2}{h} \quad (1.42)$$

$$\nu_0 = \frac{9.109 \cdot 10^{-31} \text{ Kg} \cdot 299\,792\,458 \text{ m/s}}{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}} = 4.121 \cdot 10^{11} \text{ Hertz} \quad (1.43)$$

La dimostrazione per via sperimentale dell'esistenza di una struttura interna per particelle bososiche e fermioniche, considerate fino adesso delle particelle puntiforme, porterebbe una rivoluzione nel mondo fisico e concilierebbe la fisica quantistica, *valida per il microcosmo*, alla fisica relativistica, *valida per il macrocosmo*. Ma per riuscire ad individuare una struttura interna (*le stringhe*) di tali particelle occorre un'energia immensa, cosa per il momento non realizzata.

²¹Tale valore critico dipende dalla tensione della stringa.



L'elettrone si muove a una velocità pari a n volte la velocità della luce ($n \cdot c$) dove $0 < n < 1$ e la sua massa aumenta secondo la teoria della relatività. Quando l'elettrone raggiunge una velocità critica, molto vicina alla velocità della luce, la sua struttura interna, la stringa, si spezza come una corda di violino cessando di vibrare e la sua massa crolla a zero.

1.11 Appendice

1.11.1 Energia Cinetica Relativistica

Dall'equazione di Einstein sappiamo che l'energia di una particella in movimento è data dal prodotto della massa relativistica per la velocità della luce al quadrato:

$$E = m \cdot c^2 \quad (1.44)$$

E, per quanto riguarda una particella a riposo, con massa m_0 , la sua energia E_0 è uguale a:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2 \quad (1.45)$$

La differenza tra (??) e la (1.45) mi dà l'energia cinetica (E_c) della particella che è uguale a:

$$E_c = m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2 \quad (1.46)$$

Ricordiamo che la massa relativistica di una particella che si muove alla velocità prossima a quella della luce è uguale a:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.47)$$

sostituiamo l'equazione (1.47) nella (1.46) e otteniamo:

$$E_c = \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \cdot c^2 \quad (1.48)$$

Nell'equazione (1.48) mettiamo in evidenza $m_0 \cdot c^2$ e avremo:

$$E_c = m_0 \cdot c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] \quad (1.49)$$

L'equazione (1.49) può essere scritta in termini binomiali:

$$E_c = m_0 \cdot c^2 \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right] \quad (1.50)$$

Il termine $\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$ dell'equazione (1.50) ammette come soluzione [vedi teorema binomiale²²]:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(-\frac{v^2}{c^2} \right) + \frac{-\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} - 1 \right)}{2} \left(-\frac{v^2}{c^2} \right)^2 + \frac{-\frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} - 1 \right) \left(-\frac{1}{2} - 2 \right)}{2 \cdot 3} \left(\frac{v^2}{c^2} \right)^3 + \dots \quad (1.51)$$

²² $(a + x)^n = a^n + n a^{n-1} x + \frac{n(n-1)}{2} a^{n-2} x^2 + \dots + x^n$

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)}{2} \left(-\frac{v^2}{c^2}\right)^2 + \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{5}{2}\right)}{2 \cdot 3} \left(-\frac{v^2}{c^2}\right)^3 + \dots \quad (1.52)$$

Sostituiamo La (1.52) nella (1.50) e otteniamo:

$$E_c = m_0 \cdot c^2 \left[\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{2 \cdot 4} \frac{v^4}{c^4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{8 \cdot 2 \cdot 3} \frac{v^6}{c^6} + \dots \right] \quad (1.53)$$

$$E_c = m_0 \cdot c^2 \left[\frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \frac{5}{16} \frac{v^6}{c^6} + \dots \right] \quad (1.54)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 + \frac{3}{8} \frac{m_0 \cdot v^4}{c^2} + \frac{5}{16} \frac{m_0 \cdot v^6}{c^4} + \dots \quad (1.55)$$

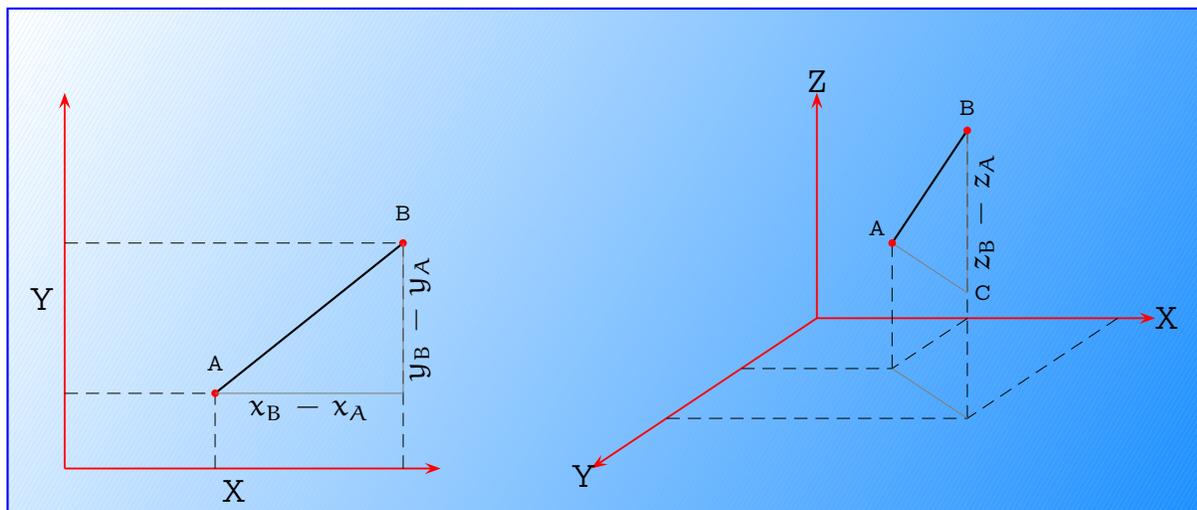
Per sistemi che si muovono molto al di sotto della velocità della luce l'equazione (1.13) può essere approssimata a:

$$E_c \approx \frac{1}{2} m_0 \cdot v^2 \quad \text{per } v \ll c \quad (1.56)$$

1.12 Quadrivettori

Un quadrivettore o tetravettore viene identificato da quattro coordinate tre spaziali e una temporale e nelle trasformazioni di coordinate tra due riferimenti inerziali rispetta le trasformazioni di Lorentz.

Se noi consideriamo, ad esempio la distanza tra due punti A e B di coordinate rispettivamente: $A \equiv (x_A, y_A, z_A)$, $B \equiv (x_B, y_B, z_B)$, la distanza \overline{AB} prende il nome di *spazio-metrico* e per risolvere tale problema si utilizza il teorema di Pitagora.



Nel primo grafico riportato in figura (*spazio bidimensionale*) il quadrato della

distanza \overline{AB} è uguale a:

$$\overline{AB}^2 = s^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \quad (1.57)$$

Per quanto riguarda lo spazio tridimensionale, il secondo grafico riportatato in figura, il quadrato della distanza \overline{AB} è uguale a:

$$\overline{AB}^2 = s^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 \quad (1.58)$$

In uno spazio quadrimensionale, per definire la posizione dei punti A e B occorrono le coordinate spaziali (x_i, y_i, z_i) e la coordinata temporale t (t_i) e venga rispettata la trasformazione di Lorentz (1.13). La distanza tra due punti A e B di coordinate: $A \equiv (ict_A, x_A, y_A, z_A)$, $B \equiv (ict_B, x_B, y_B, z_B)$ ²³

$$\overline{AB}^2 = s^2 (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 - c^2 \cdot (t_B^2 - t_A^2) \quad (1.59)$$

l'equazione (1.59) viene definita come quadrivettore ed è invariante, questo perchè assume lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento inerziali; ogni quantità che possiede questa proprietà è detta essere invariante di Lorentz.

1.13 Trasformazione di Lorentz

Consideriamo due sistemi inerziali S e S', il sistema S' si muove rispetto a S a velocità costante v ²⁴. Un osservatore posto nel SRI²⁵ S' osserva un certo evento nel punto P' di coordinate: $P' \equiv (x', y', z', t')$ e un osservatore posto nel SRI S osserva il medesimo evento nel punto P di coordinate $P \equiv (x, y, z, t)$. Nelle trasformazioni galileiane noi avremo:

$$x' = x - vt \quad (1.60)$$

$$y' = y \quad (1.61)$$

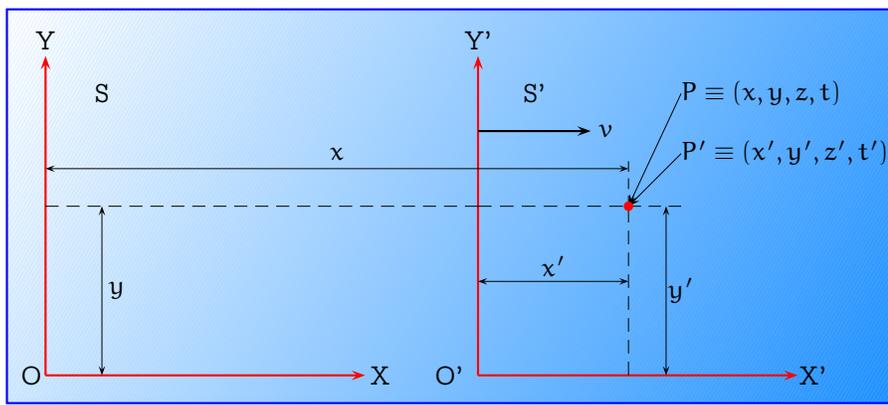
$$z' = z \quad (1.62)$$

$$t' = t \quad (1.63)$$

²³La coordinata temporale è un numero immaginario mentre le coordinate spaziali sono reali. Come sappiamo il quadrato di numero complesso è un numero reale negativo ($\sqrt{-1} = i$, $(\sqrt{-1})^2 = i^2 = -1$). si utilizza il tempo immaginario perchè secondo la relatività ristretta **nessun sistema può andare più veloce della luce.**

²⁴I due sistemi inerziali S e S' inizialmente sono coincidenti.

²⁵L'acronimo SRI ci sta ad indicare un Sistema di Riferimento Inerziale



Due osservatori posti nei sistemi inerziali S e S' osservano lo stesso evento in un punto P. L'osservatore in S misura le seguenti coordinate del punto P: $P \equiv (x, y, z, t)$ e l'osservatore in S' misura, rispetto al suo sistema di riferimento, coordinate differenti: $P' \equiv (x', y', z', t')$. Sapendo che il sistema inerziale S' si muove a velocità costante v , rispetto a S, la coordinata x sarà quindi uguale a: $x = x' + \overline{OO'}$. La distanza $\overline{OO'}$ è uguale a: $\overline{OO'} = vt$ e quindi abbiamo: $x = x' + vt$ e le altre coordinate restano invariate ($y = y', z = z', t = t'$) (*trasformazioni galileiane*).

Un sistema inerziale (S') che si muove a una velocità prossima a quella della luce le trasformazioni galileiane non sono più valide, in quanto si entrerebbe in contraddizione con la teoria della relatività ristretta²⁶.

La distanza $\overline{O'P'}$, tenendo conto della contrazione delle lunghezze (*teoria della relatività ristretta*) è uguale a:

$$\overline{O'P'} = x' \cdot \sqrt{1 - \beta^2} \quad (1.64)$$

dove β^2 nell'equazione (1.64) è uguale a:

$$\beta^2 = \frac{v^2}{c^2} \quad (1.65)$$

Tenendo conto dell'equazione (1.64) e dell'equazione (1.60) avremo:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.66)$$

Le trasformazioni di Lorentz complete delle coordinate cartesiane e temporali sono:

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.67)$$

$$x' = \frac{x - vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.68)$$

$$y' = y \quad (1.69)$$

$$z' = z \quad (1.70)$$

²⁶Ad esempio, due ipotetici osservatori posti su due fotoni misurerebbero una velocità relativa, secondo le trasformazioni galileiane, pari a zero. La teoria della relatività ristretta ci dice che la velocità della luce è costante ed assume lo stesso valore da qualsiasi sistema di riferimento la si misuri (299 792 458 m/s) e che nessun sistema ha una velocità superiore ad essa.

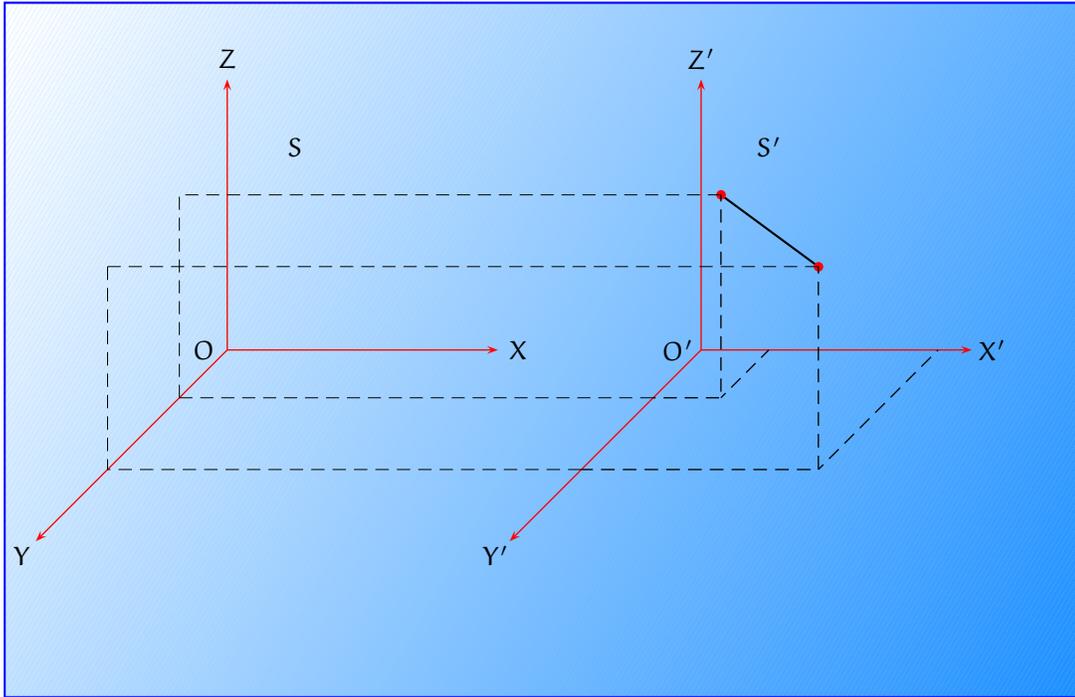
Le trasformazioni inverse si ottengono ponendo $v = -v$ e sono:

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.71)$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.72)$$

$$y = y' \quad (1.73)$$

$$z = z' \quad (1.74)$$



In figura sono stati rappresentati due sistemi inerziali S e S'. Il sistema inerziale S' si muove rispetto ad S a velocità costante v lungo l'asse X.

La posizione di un punto materiale viene identificata da quattro coordinate tre spaziali (x, y, z) e una temporale (t) [$P \equiv (x, y, z, t)$], viene definito quadrivettore se che nelle trasformazioni di coordinate tra due riferimenti inerziali rispetta le trasformazioni di Lorentz.

1.13.1 Quadrivettore impulso

Dopo aver chiarito il concetto di quadrivettore, grandezza scalare invariante e di trasformazione di Lorentz vediamo di definire il quadrivettore impulso. In relatività si definisce quadrimpulso il quadrivettore (o tetravettore) (E, \vec{P}) . Chiameremo $P = (\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z)$ il quadrivettore impulso.

La quantità di moto di una particella è uguale a:

$$p = m \cdot v \quad (1.75)$$

se noi consideriamo la massa relativistica l'equazione (1.75) può essere scritta come:

$$p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1.76)$$

Eleviamo al quadrato l'equazione (1.76) e otteniamo:

$$p^2 = \frac{m_0^2 \cdot v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.77)$$

Moltiplichiamo il primo e il secondo membro dell'equazione (1.77) per c^2 e quindi avremo:

$$p^2 c^2 = \frac{m_0^2 \cdot v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.78)$$

$$p^2 c^2 = \frac{m_0^2 \cdot v^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{c^2}{c^2} = \frac{m_0^2 \frac{v^2}{c^2} c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.79)$$

aggiungiamo e togliamo all'equazione (1.79)

$$\frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$p^2 c^2 = \frac{m_0^2 \frac{v^2}{c^2} c^4 - m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.80)$$

$$p^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^4 \left[\frac{v^2}{c^2} - 1 \right]}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (1.81)$$

Sapendo che

$$E = m c^2 \quad (1.82)$$

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2 \quad (1.83)$$

Eleviamo al quadrato la (1.83) e otteniamo:

$$E^2 = \frac{m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} c^4 \quad (1.84)$$

Sostituiamo la (1.84) nella (1.85) e otteniamo:

$$p^2 c^2 = \frac{m_0^2 c^4 \left[\frac{v^2}{c^2} - 1 \right]}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + E^2 \quad (1.85)$$

E, inoltre avremo:

$$p^2 c^2 = \frac{-m_0^2 c^4 \left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]} + E^2 \quad (1.86)$$

$$p^2 c^2 = -\frac{m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} c^4 + E^2 \quad (1.87)$$

Sapendo che la massa al quadrato è uguale a: $m^2 = \frac{m_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ e sostituendola nella (1.88) avremo infine:

$$p^2 c^2 = -m^2 c^4 + E^2 \quad (1.88)$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (1.89)$$

L'equazione (1.89) ci sta ad indicare il quadrivettore impulso ed è invariante.

1.14 Quantità di moto del fotone

La Dall'equazione (1.89) troviamo che l'energia E è uguale a:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} \quad (1.90)$$

Per quanto riguarda il fotone la sua massa a riposo, m_0 è nulla e l'equazione (1.90) può essere scritta come:

$$E = \sqrt{p^2 c^2} \quad (1.91)$$

$$E = p c \quad (1.92)$$

sappiamo inoltre:

$$E = h \nu; \quad c = \lambda \nu \quad (1.93)$$

sostitiamo l'equazione (1.93) nella (1.92) e quindi avremo:

$$h \nu = p c; \quad p = \frac{h \nu}{c} \quad (1.94)$$

L'Atomo oggi
giuseppe.dinoi@tele2.it

Bibliografia

- [1] S. W. Hawking - R. Penrose LA NATURA DELLO SPAZIO E DEL TEMPO *Come capire l'incomprensibile*
BUR Biblioteca Universale Rizzoli ©1966 by Princeton University Press;
©1996 R.C.S. Libri & Grandi Opere S.p.A., Milano
Titolo originale dell'opera: *The Nature of Space And Time*
Traduzione di Libero Sosio.
- [2] S. W. Hawking DAL BIG BANG AI BUCHI NERI *Breve storia del tempo*
BUR Biblioteca Universale Rizzoli ©1988 by Stephen W. Hawking
©by Carl Sagan per l'introduzione
©1988 by Ron Miller per le illustrazioni
©1988 RCS Rizzoli Libri S.p.A., Milano
©1994 RCS Libri & Grandi Opere S.p.A., Milano
©1997 RCS Libri S.p.A., Milano
First published April 1988 by Bantam Books
in the United States and Canada
Titolo originiale dell'opera: *A Brief Hystory of Time*
Introduzione di Carl Sagan
Illustrazioni di Ron Miller
Traduzione di Libero Sosio
- [3] Stephen Hawking LA TEORIA DEL TUTTO *Origine e destino dell'Universo*
Proprietà letteraria riservata
©2002 by New Millenium Press
First Published under the title *The Cambridge Lecture: Life Works*
©1996 by Dove Audio, Inc
©2003 RCS Libri S.p.A., Milano
Traduzione di Daniele Didero.
Prima edizione BUR Saggi: settembre 2004
Terza edizione BUR Scienza: ottobre 2006.

[4] Brian Greene L'UNIVERSO ELEGANTE Superstringhe, dimensioni nascoste e la ricerca della teoria ultima Titolo originale: The Elegant Universe. Superstring, Hidden Dimensions, and the Quest for the Ultimate Theory
©1999 by Brian Green
©2000 e 2003 Giulio Einaudi editore S.p.A., Torino
Traduzione di Luigi Civalleri (presentazione, capp. 1-9 e 15) e di Claudio Bartocci (capp. 10-14 e glossario)
Prima edizione « Saggi » 2000

[5] Jim Al-Khalili BUCHI NERI, Wormholes e macchine del tempo prefazione di Franco Pacini
©1999 Institute of Physics Publishing Ltd.
Titolo originale: Black Holes, Wormholes & Time Machines
Traduzione di Elisabetta Maurutto
Editing scientifico di Elena Ioli
In copertina: A. Hobart, immagine ai raggi X di buco nero (NASA/CXC/SAO)
©2003 Edizione Dedalo srl, Bari.

L'Atomo oggi
giuseppe.dinoi@tele2.it