

Ottavio Serra

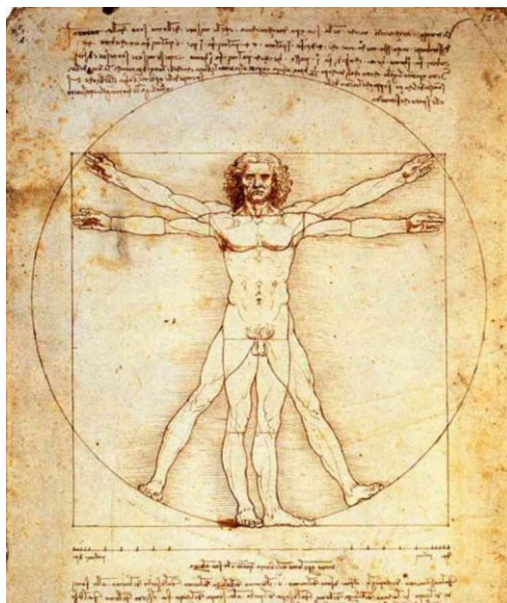
LA SIMMETRIA NELLA NATURA NEEL'ARTE NELLA SCIENZA.

In greco *Summetrìa*, tradotto alla lettera (e correttamente) in latino col termine *Cummensuratio*, significa, appunto, commensurabilità (tra grandezze omogenee), l'averne un'unità di misura (un sottomultiplo) comune. Aristotele negli *Analitici primi* dice: "Se la diagonale fosse $\sigma\upsilon\mu\mu\epsilon\tau\rho\alpha$ (sùmmetra) ...", commensurabile (col lato del quadrato)

Il significato moderno di simmetria deriva dalla parola latina *Symmetria* inventata da Vitruvio: "**giusto e armonioso rapporto tra le parti e il tutto**"; i greci dicevano "**canone**". (Policleto scrive "*Il canone*" verso il 450 a.C. mentre si accingeva a scolpire il *Doriforo*).



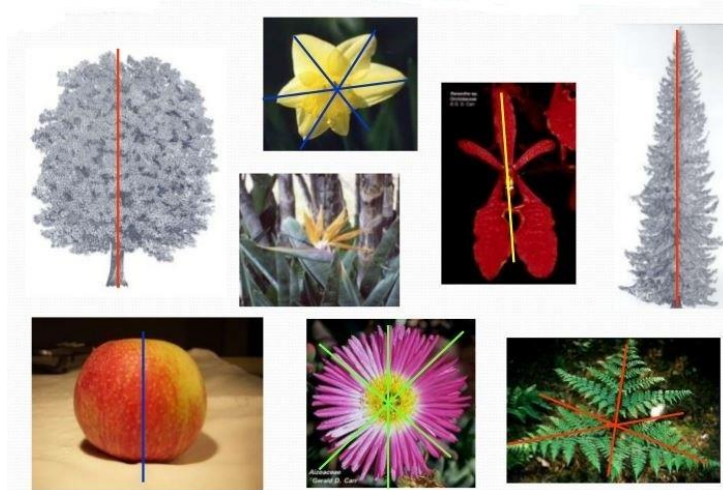
Noi useremo il termine *simmetria* nell'accezione vitruviana, resa popolare dall'*Uomo vitruviano* di Leonardo.



Nella fisica il concetto di simmetria sarà reso astratto e potente nel contesto della teoria dei **gruppi**.

Gli esseri umani sono portati a riconoscere immediatamente le simmetrie nelle forme: anzitutto quella bilaterale, propria del corpo umano e, in generale, dei vertebrati e quella radiale, che caratterizza molti aspetti del mondo vegetale, come i fiori, e tante specie della fauna marina (meduse, stelle di mare, eccetera). Si tratta di una sensibilità che si è sviluppata con l'evoluzione e che, forse inconsciamente, abbiamo incorporato nella nostra visione del mondo.

Qui sotto, esempi di simmetria nel regno vegetale



Ora la conchiglia di un “nautilus” e una galassia spirale: entrambe sono spirali logaritmiche.



Il mondo è però un posto asimmetrico, pieno di esseri asimmetrici. Senza l'asimmetria non esisterebbe individualità: l'individuo è qualcosa di cui, in un certo senso, non deve esistere il simmetrico (il doppione). Ciò vale per l'essere umano e per ogni realtà naturale, incluso l'intero universo.

Ma, per quanto abbiamo detto prima, si impone al nostro intelletto una profonda aspirazione alla simmetria, che identifichiamo con l'idea di *ordine*, di *perfezione*, di **bellezza**.

Ciò si ritrova in tutti i contesti del pensiero e dell'agire umano: i canoni estetici privilegiano strutture con vari livelli di simmetria. Tutte le creazioni culturali – arte, poesia, scienza – hanno giocato e giocano sulla rispondenza e coerenza interna delle forme nello spazio e nel tempo e nell'immaginario che viene evocato.

La simmetria è dominante nell'arte bizantina e specialmente in quella araba, forse anche perché l'Islam proibisce la raffigurazione antropomorfica della divinità e l'artista esprime l'aspirazione al trascendente mediante astratte simmetrie geometriche.



Un esempio di perfetta simmetria in architettura è la facciata del duomo di Orvieto (a sinistra). **A volte**, però, vengono introdotte deliberate asimmetrie, come nelle due torri di Notre Dame (a destra,) che differiscono di quasi due metri in altezza.



Duomo di Orvieto



Notre Dame de Paris

I Greci, che di bellezza se ne intendevano, raffigurano Afrodite lievemente strabica, per far risaltare, con un piccolo difetto, la sovrumana bellezza della dea.

Il tema fu ripreso da Botticelli ne **“La nascita di Venere”**.

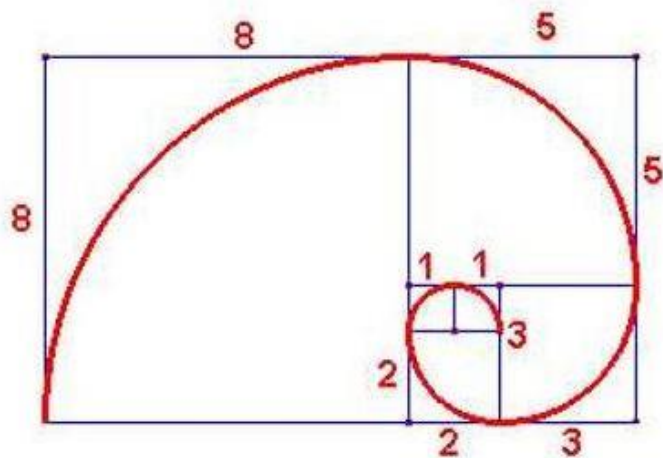
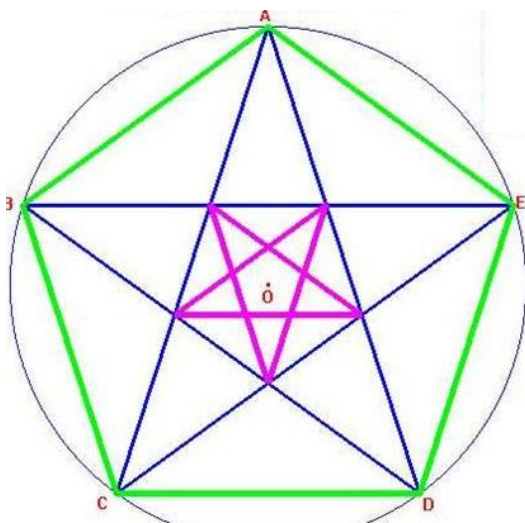


Le arti nel loro sviluppo si orientano sia verso il raggiungimento di simmetrie, sempre più perfette, più complesse, più elaborate, più ricche, sia verso una **rottura** della simmetria, in un ciclico oscillare intorno all'equilibrio fra queste due tensioni.

Le terzine dantesche sono di una sublime bellezza, le rime concatenate si susseguono come le simmetrie traslatorie dei fregi dell'Alhambra, ma ugualmente sublimi sono i versi sciolti di Leopardi o le asimmetrie della "*Sagrada famiglia*" a Barcellona.



E ora uno dei più begli oggetti della geometria: il pentagono e le sue simmetrie, quelle visibili e quelle nascoste. A destra la spirale aurea, intimamente connessa al pentagono .



Nella scienza la simmetria si è gradualmente imposta nella visione del mondo fisico, dapprima in modo inconscio come ricerca di leggi semplici e universali, a partire dai modelli astronomici elaborati dai greci. In **Aristotele** questa idea è chiaramente consapevole, come si evince dalla sua cosmologia basata sulla **perfezione** (simmetria) della forma sferica ,

Bisogna, però, aspettare Pierre Curie (1859-1906) per trovare i primi scritti nei quali egli introduce considerazioni di simmetria in **modo quantitativo** nella cristallografia e nello studio del ferromagnetismo. Qui enuncia il principio che *le simmetrie delle cause si ritrovano inalterate negli effetti*.

In verità, ciò non è del tutto vero, di solito un effetto è meno simmetrico delle cause; la simmetria delle cause, però, si ritrova integralmente nella totalità degli effetti virtualmente possibili. La consapevolezza che i principi di simmetria determinino la struttura delle leggi fisiche si è andata via via

accentuando. Einstein nella famosa memoria del 1905 (“Sull’elettrodinamica dei corpi in movimento”, universalmente nota come *Teoria della relatività speciale*) esordisce dichiarando esplicitamente che la presentazione *usuale* della teoria di Maxwell manca di simmetria. Segrè ricorda che spesso Fermi e Majorana, discutendo tra loro, dicevano che un certo fenomeno non poteva verificarsi per motivi di simmetria e agli altri “ragazzi di via Panisperna” le loro parole suonavano misteriose. Oggi la simmetria ha un posto di primo piano nella ricerca fisica, risultando anche strumento di previsione, dopo che il fisico americano Murray Gell-Mann, utilizzando la simmetria di “sapore” tra quark, prevede nel 1962 l’esistenza e le proprietà della particella Ω^- , previsione confermata sperimentalmente due anni dopo e che contribuì a fargli vincere il premio Nobel nel 1969.

Oramai in fisica i principi di simmetria sono considerati “*super-leggi*” che conferiscono un carattere di *necessità*, di *inevitabilità*, alle leggi dinamiche che descrivono l’evoluzione temporale di un sistema¹.

Un esempio preso dalla fisica classica. Si sa che il campo gravitazionale generato in un punto da una massa puntiforme (o sferica) è inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Anche il campo elettrostatico prodotto da una carica puntiforme è inversamente proporzionale al quadrato della distanza e la stessa legge vale per l’illuminazione prodotta da una lampadina puntiforme (sferica).

Ma se notiamo la simmetria soggiacente, l’isotropia dello spazio vuoto (**euclideo** e **tridimensionale**), tutto diventa chiaro e necessario: la legge di Gauss sul flusso di un campo vettoriale acquista la dignità di una super-legge. E diventa, altresì, *evidente e necessario* che il campo elettrico o magnetico (o l’illuminazione) prodotto da una sorgente *filiforme debba essere inversamente proporzionale alla (semplice) distanza*.

Simmetria, invarianza, relatività.

La formulazione del concetto di simmetria nel linguaggio corrente è inadeguata per l’applicazione alla scienza, essendo da un lato troppo generica, quale sinonimo di armonia, ordine, bellezza e, dall’altro, privilegiando una particolare simmetria antropomorfa, quella bilaterale, applicabile solo ad alcuni oggetti materiali. Per valorizzare a pieno ‘il **metodo della simmetria**’ nella ricerca scientifica è necessario poterlo applicare non solo ai sistemi materiali, e ai fenomeni, ma anche alle leggi generali, alle teorie e classi di teorie; ciò richiede, ovviamente, la definizione di un criterio preciso che discrimini le situazioni in cui la simmetria è presente da quelle in cui è assente.

Hermann Weyl nel suo testo classico *La simmetria*² propone la seguente definizione: la simmetria di un sistema è l’invarianza della configurazione, o stato, di certi elementi del sistema rispetto a un **gruppo di trasformazioni** del sistema stesso. A queste invarianze si associano grandezze che si conservano inalterate nelle trasformazioni, dando origine, nella fisica, alle leggi di conservazione.

Merito dell’insigne matematica tedesca **Emmy Noether** è aver trovato le relazioni tra principi di simmetrie e leggi di conservazione: l’omogeneità del tempo, ovvero l’invarianza per traslazione temporale, conduce alla conservazione dell’energia; l’omogeneità dello spazio, ovvero l’invarianza per traslazione spaziale, implica la conservazione del momento lineare (la quantità di moto); l’isotropia dello spazio, ovvero l’invarianza per rotazione, porta alla conservazione del momento angolare³.

Nota: Le simmetrie precedenti sono simmetrie spazio-temporali *continue*, nel senso che il vettore di traslazione o di rotazione può essere arbitrariamente piccolo e si passa con continuità da una trasformazione all’altra. Per fare un esempio, nel cerchio ogni rotazione di un angolo arbitrario (intorno al centro) lascia invariato il cerchio, il gruppo delle rotazioni è continuo; invece il gruppo delle rotazioni che lasciano invariato un quadrato è generato dalle rotazioni **multiple** di 90° : il gruppo delle rotazioni

¹ Vincenzo Barone: “L’Ordine del mondo – La simmetria in fisica da Aristotele a Higgs”, Bollati Boringhieri 1913.

² Hermann Weyl: “La simmetria”, Feltrinelli 1961.

³ Landau e Lifshic: “Meccanica”, Boringhieri 1965. Vedi anche, a un livello elementare, nella cartella “Articoli”, sezione Liceo classico di Castrovillari, “Principi di simmetria e leggi di conservazione” nel mio **sito nota** ⁴.

è **discreto**. In generale, è discreto il gruppo delle rotazioni che mutano in sé un poligono regolare di n lati.

Un'altra fondamentale simmetria continua spazio-temporale è la simmetria relativistica rispetto al cambiamento del sistema di riferimento (inerziale, se ci limitiamo alla relatività speciale), che lascia invariata la forma delle leggi fisiche. Il gruppo delle trasformazioni è quello di Lorentz, che si può identificare col gruppo delle **rotazioni** nello spazio-tempo quadrimensionale, pseudo-euclideo, di Minkowski.

La riflessione speculare (inversione spaziale) o l'inversione temporale sono, *invece*, esempi di simmetrie spazio-temporali **discrete**. La prima è detta simmetria P, la seconda è detta simmetria T. La simmetria P conserva la **parità** (se un certo fenomeno è possibile, allora deve necessariamente verificarsi il fenomeno speculare); la simmetria T afferma che, a livello di leggi fondamentali, non c'è differenza tra passato e futuro, il tempo è reversibile (basta osservare l'oscillazione di un pendolo, prescindendo dall'attrito). Dal punto di vista matematico ciò dipende dal fatto che l'equazione fondamentale della dinamica contiene la **derivata seconda** dello spazio rispetto al tempo. Questi due principi di simmetria, come vedremo più avanti, sono però violati dall'interazione debole. **La rottura di queste simmetrie** è responsabile dell'apparizione della massa delle particelle che *trasportano* l'interazione debole, i bosoni W e Z. Questi acquistano massa interagendo col campo di Higgs. (Vedi più avanti, nota 8).

In fisica ci sono anche simmetrie **interne**, che matematicamente si possono interpretare come trasformazioni di spazi **astratti**, che conducono a importanti leggi di conservazione. Di queste si farà cenno più avanti nel quadro sinottico.

Questi spazi astratti, che funzionano egregiamente per comprendere i fenomeni, mi richiamano alla mente le parole di Galilei: "*L'universo è scritto in lingua matematica ...*" (Il saggiatore), ma io penso che le cose stiano diversamente; siamo noi che **imponiamo** al mondo il linguaggio matematico e siccome la cosa funziona, finiamo per credere che la matematica sia nella natura. Analogamente i Greci, per **salvare i fenomeni** (astronomici), il moto irregolare degli *erranti* pianeti, cioè per inquadrarli in un razionale sistema di moti semplici, circolari e uniformi, **inventarono (crearono)** un complicato sistema di sfere concentriche; il modello funzionò abbastanza bene e i tardi epigoni finirono col credere che quelle sfere, magari di purissima **quinta essenza**, esistessero realmente (*Toccare il cielo con un dito*).

Un sistema, per possedere simmetrie, deve innanzitutto poter supportare un insieme di trasformazioni. Le trasformazioni di tale insieme si possono comporre tra loro e formano la struttura matematica di "**gruppo**". Fu con considerazioni gruppali che all'inizio del '900 Henry Poincaré corresse, rendendole coerenti, le equazioni trovate faticosamente da Lorentz per risolvere il rompicapo del così detto "*tempo locale*".

Pochi anni dopo Einstein (1905) chiuse in modo inaspettato e definitivo il problema con la creazione della teoria della Relatività (speciale o ristretta).

Un aspetto importante della definizione di Weyl è il ricorso a un principio di relatività, in quanto si riferisce all'invarianza di 'certi elementi' che vanno scelti introducendo, a seconda del programma di ricerca, una relazione di equivalenza sulle configurazioni del sistema. Tanto più la relazione è debole tanto più ampio risulta l'insieme delle trasformazioni (il gruppo) di simmetria: se due stati qualunque del sistema sono considerati equivalenti, ogni trasformazione (invertibile) è una simmetria; all'estremo opposto, se ogni configurazione equivale solo a se stessa, l'unica simmetria è la trasformazione identica, che lascia inalterato ogni stato.

Per esempio, dato un triangolo equilatero, se consideriamo equivalenti due configurazioni che differiscono solo per l'ordine, *i nomi*, dei vertici (isometrie che mutano il triangolo in sé), abbiamo sei **simmetrie** che lasciano globalmente il triangolo immutato: tre rotazioni e tre riflessioni assiali (Il gruppo delle permutazioni di tre elementi). Se il triangolo è isoscele, il gruppo delle sue simmetrie ha solo due elementi e se è scaleno il gruppo si riduce all'identità.

In generale, le simmetrie che mutano una figura per lasciarla immutata formano un gruppo. (Ogni riferimento al "*Gattopardo*" di Tomasi di Lampedusa è puramente fortuito).

La possibilità di scelta della relazione di equivalenza permette di riconoscere simmetrie parzialmente nascoste da qualche accidente; ciò è possibile se rinunciamo a considerare essenziale ogni particolare, ma concentriamo l'attenzione su aspetti strutturali *che riteniamo rilevanti*. Proprio questo fece Galilei, creando il metodo sperimentale (**Il moto di un corpo nell'ambiente terrestre è molto complesso, ma se decidiamo di trascurare l'attrito, otteniamo delle leggi semplici e simmetriche, poi Dio (o un genio della fisica) provvederà**).

Così Galilei poté superare la fisica di Aristotele e aprire la strada a Newton.

Osservando l'insieme *frattale* di Mandelbrot, la prima impressione può essere di stupore e di smarrimento di fronte alla *complessa bellezza delle sue forme*; eppure anche enti come questo possiedono una peculiare simmetria (**simmetria di scala**) associata alla relazione di autosomiglianza: il frattale ripete essenzialmente se stesso a tutte le scale di osservazione; la complessità dell'immagine è sbalorditiva, eppure la legge matematica che la genera è di una semplicità disarmante.

C'è poi, in tale insieme, una simmetria più riposta: l'iterazione matematica che lo genera ($z := z^2 + c$) è incredibilmente semplice ed elegante e rivela una simmetria traslatoria profonda; non si sa se ammirare di più la bellezza dell'equazione o dell'immagine generata al computer.⁴

Un'applicazione importante: La simmetria genera ridondanza: i vari stati di un sistema simmetrico, ovvero le sue parti, possono essere ricostruiti a partire da pochi elementi utilizzando le trasformazioni di simmetria per comporlo completamente. Così per fare i cuori di San Valentino, Charlie Brown disegna un mezzo cuore e tenta di ricalcare l'immagine. Un'applicazione meno futile (**più seria**) della ridondanza dei sistemi simmetrici si ha nella tecnica di *compressione delle immagini*, compressione dei segnali nella comunicazione radio e televisive, specialmente nel campo aero-spaziale, che utilizza raffinate teorie matematiche.

Una fondamentale simmetria nella scienza, come abbiamo visto, è espressa dai **principi di relatività**: per descrivere i fenomeni naturali tutti gli infiniti sistemi di riferimento spazio-temporali di una certa classe sono equivalenti. Ciò è un **prerequisito essenziale** perché le leggi naturali siano universali e la scienza possa progredire ed essere comunicabile. A questo principio fondamentale corrispondono differenti gruppi di trasformazioni di simmetria a seconda della teoria di relatività (galileiana, einsteiniana ristretta o generale), significativa negli specifici contesti fisici. Queste fondamentali simmetrie *'geometriche'* della struttura dello spazio-tempo costituiscono il **paradigma** (la cornice) di ogni teoria scientifica consistente; naturalmente, è la matematica che rende possibile questa meraviglia del pensiero umano. Per esempio, le trasformazioni di Lorentz della relatività speciale si possono interpretare come *rotazioni* nello spazio-tempo quadrimensionale se, con Minkowski, consideriamo tre dimensioni reali e una immaginaria (o viceversa); in tal modo gli invarianti fisici della teoria appaiono evidenti automaticamente come invarianti geometrici dello spazio-tempo (*pseudo-euclideo*) di Minkowski.

Simmetrie nascoste.

La nostra conoscenza del mondo può venir suddivisa in due categorie: le condizioni iniziali e le leggi fondamentali. Lo stato del mondo è conseguenza sia delle leggi, che agiscono a livello profondo e sono caratterizzate da simmetrie esatte, sia delle condizioni iniziali, che spesso sono complicate e non si rivelano in tutti i minimi dettagli.

È ovvio che un sistema privo di simmetrie, anche se soggetto a leggi naturali simmetriche, non presenterà un comportamento simmetrico. Ma leggi simmetriche, anche agenti su un sistema simmetrico, possono produrre un effetto non simmetrico. **La soluzione più simmetrica** per uno spillo nel campo di gravità terrestre è rimanere verticale sulla sua punta, ma essa non si presenta nel mondo reale, trattandosi di uno stato di **equilibrio instabile**.

L'esistenza matematica di soluzioni delle leggi non è quindi sufficiente perché esse siano fisicamente possibili. L'ingrediente mancante è la **stabilità**.

⁴ Vedi nel mio sito <http://digilander.libero.it/ottavioserra0> la cartella *Immagini frattali*.

Le leggi che si applicano ai sistemi simmetrici predicono di fatto un insieme di effetti simmetricamente connessi. Madre natura deve però scegliere quale di tali effetti vuole realizzare. La risposta sembra risiedere nelle imperfezioni. La natura non è mai perfettamente simmetrica, ci sono sempre minuscole fluttuazioni e queste imperfezioni (*lo strabismo di Afrodite*) accrescono le probabilità dell'uno o dell'altro degli effetti possibili.

Le soluzioni si presentano in insiemi simmetricamente connessi: negli esperimenti si può osservare di solito solo un elemento dell'insieme delle soluzioni garantite dalla legge. Il sistema complessivo continua a possedere una simmetria perfetta: sono le soluzioni che rompono la simmetria. Ad esempio, nel caso dello spillo, accanto alla soluzione instabile vi sono infinite soluzioni orizzontali possibili dirette in tutte le direzioni, il cui insieme conserva la simmetria circolare.

La simmetria totale, dunque, non è andata persa (Pierre Curie, in fondo, aveva ragione!), ma rimane nascosta nella molteplicità delle soluzioni possibili, una sola delle quali è, volta per volta, realizzata. Per questo tipo di **rottura** di simmetria si parla di '**rottura spontanea**' a sottolineare che essa è una conseguenza naturale di instabilità interne anziché essere imposta da un agente che modifica il sistema dall'esterno.

Lo stesso accade per la legge di gravitazione di Newton: essa ha simmetria sferica (lo spazio è isotropo), ma un pianeta descrive in generale una ellisse: l'orbita circolare richiede infatti condizioni iniziali estremamente precise e la probabilità che ciò accada è infinitesima.

In casi importanti esiste un valore critico in qualche quantità variabile che determina se la simmetria sopravviva o venga meno. Un esempio comune è la temperatura: i valori critici compaiono quando vi sono *transizioni di fase*, quando le parti che compongono un sistema rimangono le stesse ma si ridistribuiscono in nuovi modi caratteristici. Così la simmetria sferica di una goccia d'acqua si riduce bruscamente a quella esagonale del fiocco di neve.

Lo stesso accade per il ferromagnetismo; ad alta temperatura un pezzo di ferro si smagnetizza e manifesta uno stato più simmetrico, è isotropo, non presenta direzioni privilegiate; se la **temperatura** (l'**energia**) diminuisce, alla temperatura di Curie il ferro subisce un'improvvisa transizione di fase, una **rottura spontanea** della precedente simmetria e diventa ferromagnetico. Questo è un fatto generale: alle alte energie i fenomeni presentano simmetrie, che si vanno rompendo man mano che l'energia (la temperatura) diminuisce. Per questo si costruiscono acceleratori sempre più grandi: l'LHC è un microscopio per studiare l'immensamente piccolo e avvicinarsi alle condizioni di alta temperatura dell'universo primordiale e alle sue simmetrie.

Paradossalmente, il tipico risultato di una rottura di simmetria è una regolarità, nel senso di una forma geometrica regolare, perché solo di rado va perduta tutta la simmetria: si ha un mutamento nel gruppo di simmetria, un passaggio repentino da un gruppo più grande ad uno più piccolo, dal tutto a una parte.

Nella cosmologia moderna si crede che l'universo era inizialmente simmetrico: tutte le forze fondamentali avevano la stessa intensità⁵, vi era la stessa quantità di materia e di antimateria, non vi erano direzioni privilegiate nello spazio e nel tempo⁶, tutte le particelle avevano massa nulla⁷. Questa convinzione è andata crescendo, avendo riconosciuto sempre più casi i quali suggeriscono che le asimmetrie nell'universo di oggi, come le intensità radicalmente differenti delle forze attuali e le discriminanti proprietà necessarie per la vita, discendono da condizioni più simmetriche nella storia precedente dell'universo.

Questo, credo, porta a profondi interrogativi: Dov'è finita l'antimateria? Perché le interazioni fondamentali e le masse delle particelle *elementari* sono così differenti? (Viceversa, le particelle elementari hanno solo tre valori, salvo il segno, della carica elettrica: 1/3, 2/3, 1). Perché la vita si sviluppa

⁵ Vedi il mio articolo "Scala di Planck" nella sezione **Miscellanea** della Cartella "Articoli" del mio sito.

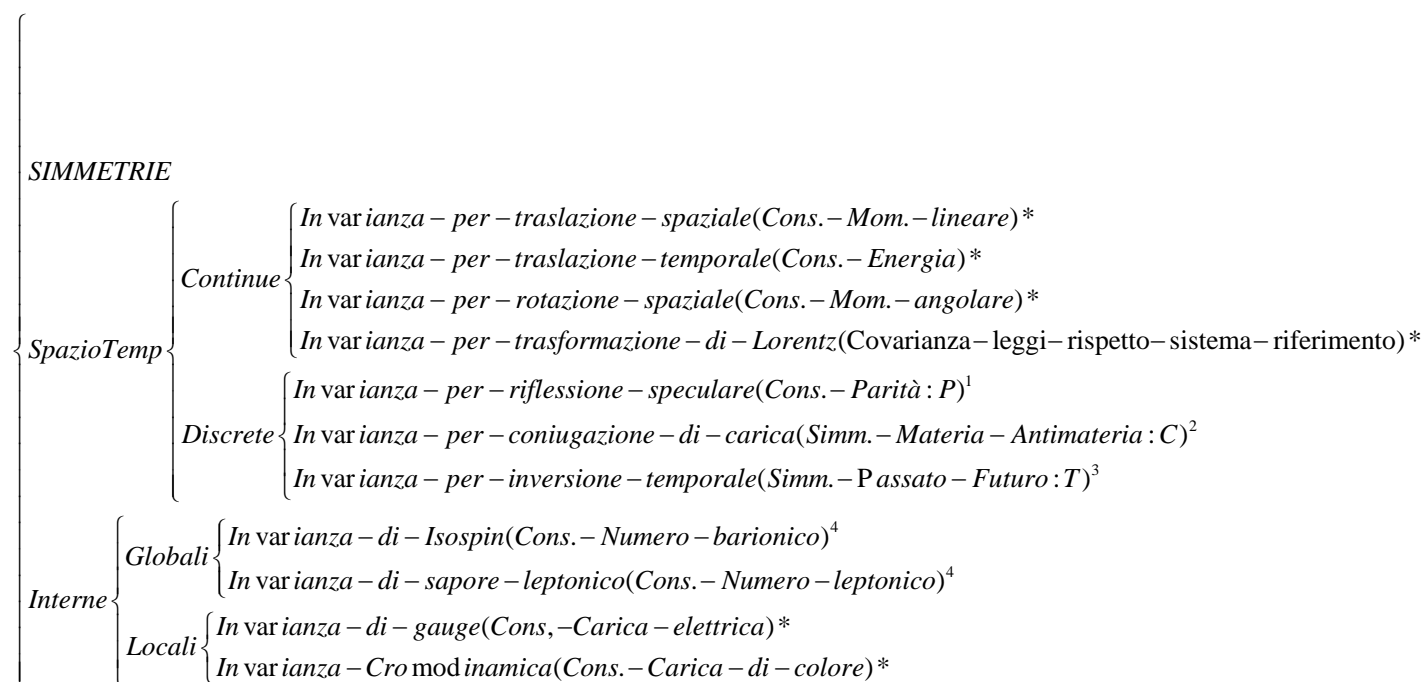
⁶ Per l'asimmetria passato-futuro vedi, per esempio, il mio articolo "Entropia e freccia del tempo nel sito citato, cartella Articoli, sezione "Liceo classico Garibaldi" di Castrovillari.

⁷ Se l'energia è molto grande, la formula relativistica $E^2=(pc)^2+(mc^2)^2$ ci dice che il contributo della massa diventa sempre minore fino a svanire. È quello che succede con l'LHC.

sull'asimmetria speculare, sulla distinzione fra destra e sinistra nella struttura fondamentale delle molecole organiche?

I teorici ipotizzano che l'universo uscito dal big bang fosse perfettamente simmetrico e che le vere simmetrie della natura siano state nascoste da enormi transizioni di fase, fluttuazioni quantistiche derivanti dal principio di indeterminazione, nel passaggio dalla fornace del big bang al freddo universo di oggi. Un tema focale della ricerca attuale è proprio capire come la natura nasconda la simmetria, producendo forme strutturate a partire da un'indistinta uniformità di base, e trovare così le sorgenti di ogni asimmetria, ragione della grande varietà di forme nell'universo e dell'apparizione della materia vivente.

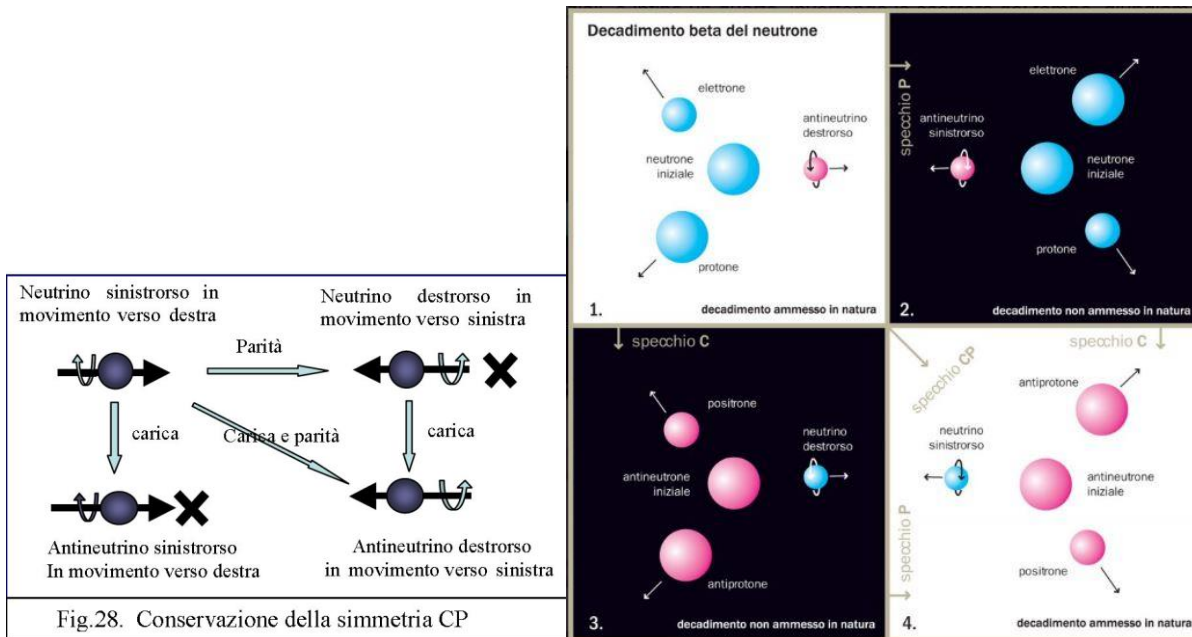
Concludo riportando un quadro sinottico delle simmetrie, spazio-temporali e Interne.



Nota. Le simmetrie * sono esatte (valide universalmente), almeno allo stato attuale della ricerca. Le ¹ e ² sono violate nelle interazioni deboli; ciò significa che, a bassa energia, le simmetrie P e C hanno subito una rottura spontanea⁸. Però PC è *quasi esatta* e siccome la conservazione PCT è una conseguenza della teoria della relatività, segue che anche la simmetria T è *quasi esatta*.

(Vedi le due figure seguenti)

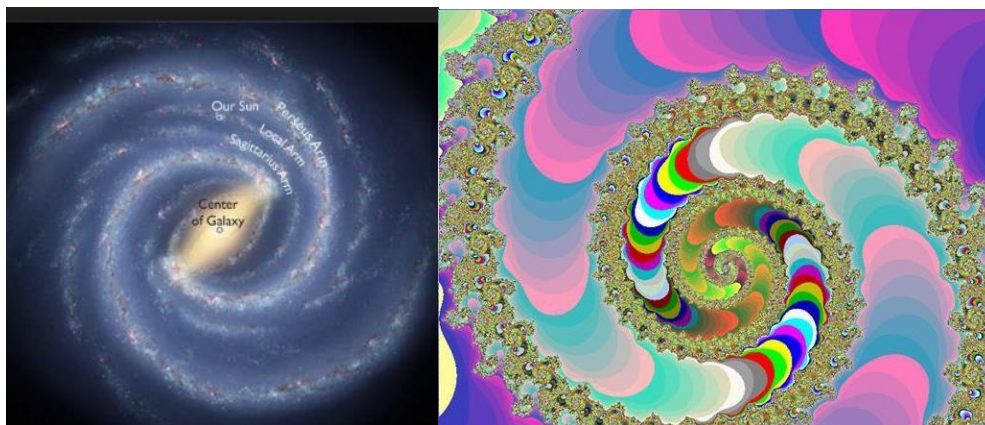
⁸ La teoria **elettrodebole** (Abdus Salam e Steven Weinberg) prevede che i quanti dell'interazione, W⁺, W⁻ e Z⁰, abbiano massa nulla, come il fotone; invece la loro massa è di 80 GeV e di 91 GeV (Carlo Rubbia). Ciò significa che la simmetria dell'interazione debole ha subito una rottura spontanea alle basse energie, separandosi dall'interazione elettromagnetica (quando l'universo è sceso al di sotto dell'energia di "grande unificazione", 10¹⁶ GeV, e il campo di Higgs ha fornito massa ai suoi quanti (Vedi Leon Lederman "Oltre la particella di Dio", Boringhieri 2014).



Le simmetrie ⁴ sono ben confermate a livello sperimentale, ma non è sicura la base teorica.

La violazione di PC è stata osservata nel decadimento del mesone K⁰ e, più recentemente, del mesone B, cioè in mesoni che contengono un quark *strano*; quella di T non ha finora evidenza sperimentale, ma solo teorica.

Per finire, un confronto tra natura e matematica



Una galassia spirale e un particolare a 256 colori, fortemente ingrandito, dell'insieme di Mandelbrot: non sembra una colorata galassia spirale?