

Ottavio Serra

Effetto Compton ed esperimento Compton-Simon.

Introduzione.

L'effetto Compton è uno delle più significative prove sperimentali della natura corpuscolare della luce, in general e della radiazione elettromagnetica, che a livello teorico era stata introdotta da Einstein nel 1905 in una delle tre famose memorie in cui spiegò l'effetto fotoelettrico¹.

Per una trattazione elementare dell'effetto fotoelettrico vedi².

L'esperimento eseguito da Arthur Compton nel 1922 e pubblicato il 1923³ dimostrò che lo scattering (diffusione) di un fascio di raggi X da parte di elettroni liberi avviene come se il fascio fosse costituito da "quanti di energia", in seguito detti *fotoni*, ai quali vanno attribuiti energia e quantità di moto come ad una particella ordinaria, e che nell'urto valgono, come nella meccanica classica, le leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso (quantità di moto).

Per questo lavoro Compton ottenne il premio Nobel nel 1927. Un'ulteriore conferma della natura corpuscolare della luce fu ottenuta nel 1924 dall'esperimento di Compton e Simon, che confermò il risultato teorico riguardante la direzione dell'elettrone investito dai raggi X.

Teoria dell'effetto Compton.

Dato che i quanti di luce sono, ovviamente, particelle relativistiche e che gli elettroni possono acquistare velocità molto elevate, tratterò il problema con le leggi della meccanica relativistica⁴.

Considero un fotone di energia E , impulso p , che investe un elettrone fermo nel punto O (vedi fig. 1).

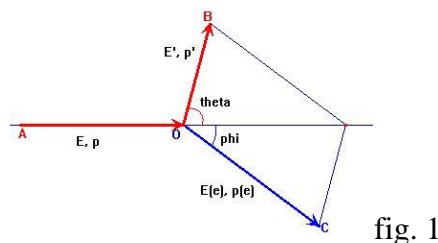


fig. 1

Il fotone sarà deviato (diffuso) di un angolo θ (theta) rispetto alla direzione iniziale AO con impulso $p'=OB$ ed energia E' ; l'elettrone sarà spinto in direzioni ϕ (phi) con impulso p_e ed energia E_e .

Dal teorema di Carnot (del coseno) ottengo:

$$[1] \quad p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta .$$

Per la conservazione dell'energia (mc^2 è l'energia di quiete dell'elettrone) ho:

¹ Albert Einstein: "Un punto di vista euristico relativo alla generazione e trasformazione della luce", *Annalen der Physik*, 1905.

² Ottavio serra, "Teoria dei quanti" (*Introduzione alla fisica quantistica*), Annuario del Liceo Scientifico Scorza di Cosenza, reperibile anche sul mio sito <http://digilander.libero.it/ottavioserra0> Cartella "Articoli" sezione "Annuario del Liceo scientifico Scorza di Cosenza".

³ 1923 American Physical Society.

⁴ Vedi, nell'Annuario dello "Scorza" o nel mio sito, stessa sezione, l'articolo "Teoria della relatività".

$$[2] E + mc^2 = E' + E_e = E' + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ avendo posto } \beta=v/c.$$

Dalla relazione relativistica valida per ogni particella (vedi nota⁴) $E^2=(pc)^2+(mc^2)^2$, segue per particelle di massa zero come i fotoni, $\mathbf{E}=\mathbf{p}c$ (E' notevole che questa relazione tra energia e impulso trasportati da un fotone, come particella, sia identica alla relazione tra energia e impulso trasportati da un'onda nella teoria elettromagnetica di Maxwell⁵).

Dalla [2] si ricava

$$[3] (p - p')c = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right), \text{ da cui segue, isolando la radice ed elevando al quadrato:}$$

$$[4] \frac{1}{1-\beta^2} = \frac{(p-p')^2}{m^2c^2} + 2\frac{p-p'}{mc} + 1. \text{ Portando 1 a sinistra ho:}$$

$$[5] \frac{\beta^2}{1-\beta^2} = \frac{(p-p')^2}{m^2c^2} + 2\frac{p-p'}{mc}. \text{ Calcolo ora l'impulso } p_e \text{ dell'elettrone:}$$

$$[6] p_e = \frac{mv}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{mc\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}. \text{ Elevando al quadrato e usando la [5] ho:}$$

$$[7] p_e^2 = m^2c^2 \left[\frac{(p-p')^2}{m^2c^2} + 2\frac{p-p'}{mc} \right] = (p-p')^2 + 2mc(p-p'). \text{ Sostituendo nella [1], ottengo:}$$

$$[8] (p-p')^2 + 2mc(p-p') = p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta, \text{ da cui segue:}$$

$$[9] 2mc(p-p') = 2pp'(1-\cos\theta) \Rightarrow mc \left(\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} \right) = 1 - \cos\theta.$$

Ricordando che per un fotone $p=E/c=hv/c=h/\lambda$ (legge di Planck-Einstein), ricavo:

$$\frac{\lambda'}{h} - \frac{\lambda}{h} = \frac{1-\cos\theta}{mc}, \text{ ovvero}$$

$$[10] \lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\theta). \text{ Questa è la formula trovata da Compton e verificata sperimentalmente.}$$

La costante $\lambda_c = \frac{h}{mc}$ è detta lunghezza d'onda Compton dell'elettrone e vale $2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 0,024 \text{ \AA}$.

($h=6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, $m=0,91 \cdot 10^{-30} \text{ Kg}$, $c=3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$).

Discussione sull'effetto Compton.

La formula [10] non è interpretabile classicamente con la teoria elettromagnetica di Maxwell, perché in tal caso l'elettrone, eccitato dalla radiazione elettromagnetica, oscillerebbe con la stessa frequenza ed emetterebbe un'onda diffusa di uguale frequenza, come una piccola antenna radio.

⁵ Edoardo Amaldi, "Fisica sperimentale, Vol. 2°, Libreria Editrice "Club del libro", 1950 Milano. (Pag. 648, formula 35).

Dopo l'esperimento di Compton non fu più possibile mettere in dubbio la natura corpuscolare della radiazione e ignorare che il fotone abbia realmente energia e quantità di moto come le particelle materiali. L'anno successivo (1924) Louis de Broglie realizzò la perfetta simmetria tra "particelle di luce" e particelle materiali come l'elettrone, associando a queste ultime una lunghezza d'onda $\lambda=h/p$, formula identica a quella valida per i fotoni. Dopo Compton e de Broglie la fisica si trovò a fronteggiare il dualismo onda-particella che da una parte sfociò nella formulazione della meccanica quantistica come "meccanica ondulatoria" di Erwin Schrödinger, dall'altra animò un dibattito epistemologico che, in varie forme, dura tuttora.

Il dispositivo sperimentale⁶.

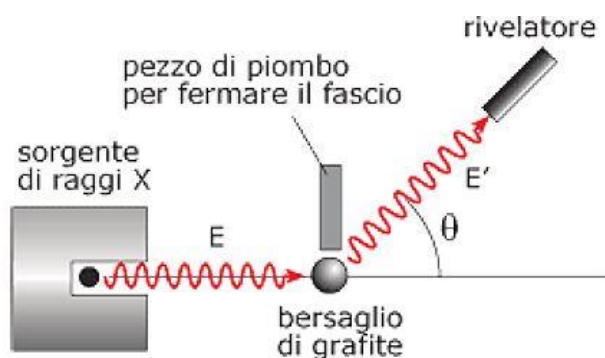
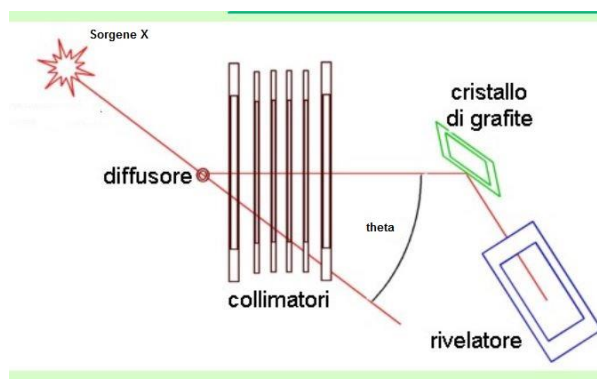


fig. 2

Il fascio di raggi X viene collimato e lanciato contro il bersaglio (cristallo di grafite), interagendo con gli elettroni periferici degli atomi di carbonio, che, essendo debolmente legati, (energia di legame di pochi eV), si possono considerare praticamente liberi, data l'alta energia dei fotoni del fascio di raggi X. Compton usò raggi X di $0,7 \text{ \AA}$, e quindi di energia $E=hc/\lambda=6,626.3/(0,7)10^{-16} \approx 28,4.10^{-16} \text{ J} = 28,4.10^{-16}/(1,6.10^{-19}) \text{ eV} = 18 \text{ KeV}$. Come si vede, i fotoni X incidenti hanno un'energia dell'ordine di 10 mila volte maggiore di quella degli elettroni periferici degli atomi di grafite; ecco perché tali elettroni si possono considerare praticamente liberi.

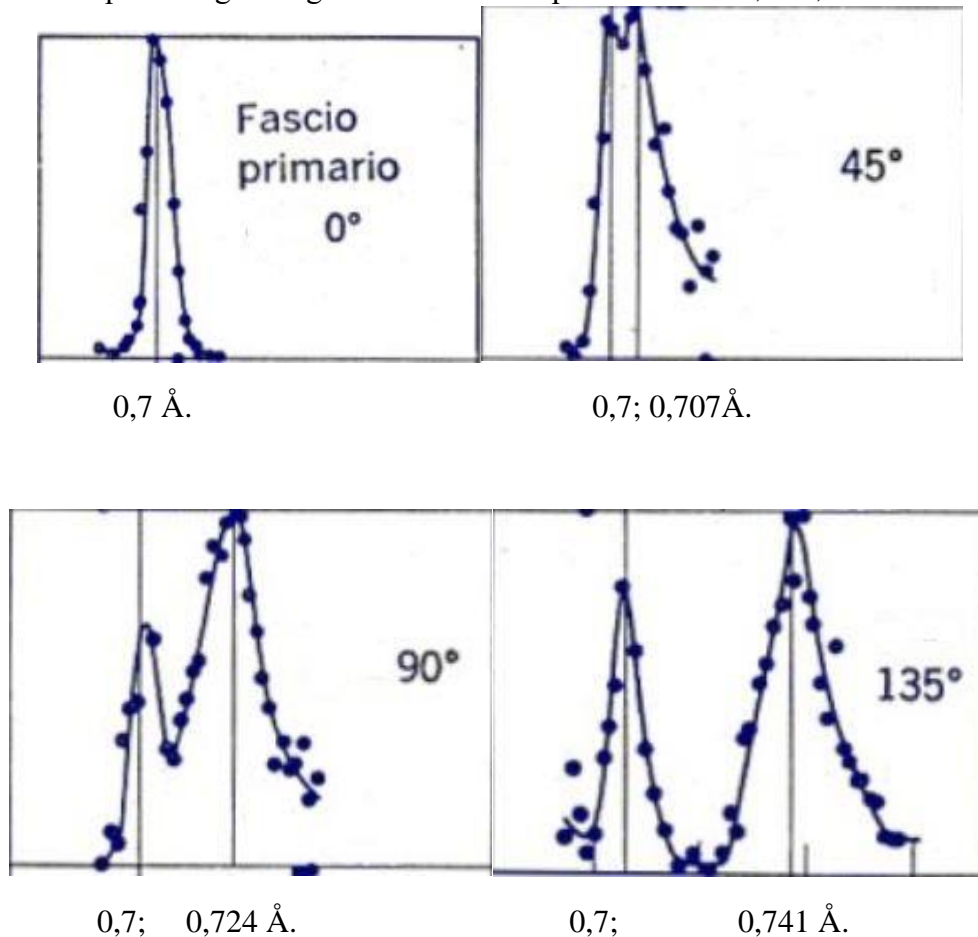
Questo è anche il motivo per cui non si può evidenziare un effetto Compton con luce visibile e neanche ultravioletta; quest'ultima ha infatti una lunghezza d'onda dell'ordine di 1000 \AA o più; ma l'aumento di lunghezza d'onda è dell'ordine della lunghezza d'onda Compton: $\lambda_c=0,024 \text{ \AA}$ che su

⁶ www.galileo.fr.it/materia/effetto_compton/compton_1.htm

una lunghezza d'onda di $0,7 \text{ \AA}$ rappresenta circa il 3% ed è sperimentalmente rilevabile, mentre su una lunghezza d'onda 1000 volte maggiore λ_c sarebbe inapprezzabile.

Ruotando intorno al punto O, dove è il bersaglio, il rivelatore dei raggi X diffusi, si può verificare la corretta dipendenza di $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ dall'angolo θ .

Però, accanto a λ' , c'è sempre una riga prodotta da fotoni che non hanno subito l'effetto Compton, come si nota dalle quattro figure seguenti in cui θ è rispettivamente 0° , 45° , 90° e 135° . Vedi⁷



Naturalmente, per $\theta=0^\circ$ non c'è alcun effetto Compton. In tutte le immagini è presente la riga (la lunghezza d'onda) dei raggi X incidenti; ciò è dovuto alla diffusione dei fotoni su elettroni atomici interni e quindi molto fortemente legati al nucleo; pertanto la diffusione avviene come se il diffusore fosse non un elettrone (quasi) liberi, ma un intero atomo. La massa m dell'elettrone nella formula di $\lambda_c = h/(mc)$ va perciò sostituita dalla massa dell'atomo di carbonio che è circa 20 mila volte più pesante dell'elettrone; segue che il $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ è 20 mila volte più piccolo e risulta assolutamente trascurabile rispetto alla lunghezza d'onda di $0,7 \text{ \AA}$ dei raggi X usati da Compton.

Si dovrebbero usare raggi γ molto "duri" per ottenere una diffusione apprezzabile su interi atomi.

Esercizio. Calcolare energia e lunghezza d'onda di un quanto γ che su atomi di carbonio produce un effetto Compton del 3%. (Si ricordi che la diffusione di un fotone avviene sempre su un elettrone, ma se questo è fortemente legato al nucleo le cose vanno come se la diffusione avvenisse sull'intero atomo).

⁷ www.galileo.fr.it/materia/effetto_compton/compton_1.htm

L'esperimento di Compton e Simon.

Riguarda la determinazione dell'angolo φ descritto dall'elettrone di rimbalzo, inizialmente fermo, investito dal fotone incidente e lanciato in *avanti* (vedi fig. 1).

Proiettando l'impulso sulla direzione orizzontale (quella del fotone incidente) e su quella perpendicolare, ottengo:

$$\begin{cases} p = p' \cos \theta + p_e \cos \varphi \\ 0 = p' \sin \theta - p_e \sin \varphi \end{cases} \text{ . Segue}$$

$Tang \varphi = \frac{p' \sin \theta}{p - p' \cos \theta}$. Ricordando che $p = h/\lambda$ e utilizzando la [10], ottengo:

$$Tang \varphi = \frac{\frac{\sin \theta}{\lambda'}}{\frac{1}{\lambda} - \frac{\cos \theta}{\lambda'}} = \frac{\sin \theta}{\lambda'} \frac{\lambda \lambda'}{\lambda' - \lambda \cos \theta} = \frac{\lambda \sin \theta}{\lambda + \lambda_c (1 - \cos \theta) - \lambda \cos \theta} = \frac{\lambda \sin \theta}{\lambda (1 - \cos \theta + \lambda_c (1 - \cos \theta))} .$$

Infine

$$[11] \quad Tang \varphi = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_c}{\lambda}} \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{\text{Cot ang } \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{\lambda_c}{\lambda}} . \quad (\lambda_c \text{ è la lunghezza d'onda Compton; vedi sopra}).$$

Ricordando che $\lambda_c = \frac{h}{mc}$ e che $\lambda = \frac{c}{\nu}$, segue $\frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{h\nu}{mc^2}$ e la [11] si può scrivere

$$[12] \quad Tang \varphi = \frac{\text{Cot ang } \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}} .$$

(A denominatore compare il rapporto tra l'energia del fotone incidente e l'energia di quiete dell'elettrone investito). Si noti che l'elettrone è spinto sempre in avanti.

Nota tecnica. Compton e Simon fecero l'esperimento nel 1925 utilizzando una camera a nebbia di Wilson.

Si deve tener presente che il fotone non lascia traccia, mentre l'elettrone di rimbalzo lascia un sottile filo di nebbia OE (Vedi la seguente fig. 3).

La tangente OC nel punto iniziale O della traccia OE dell'elettrone rappresenta la direzione dell'elettrone di rimbalzo; perciò l'angolo φ delle formule [11] e [12] è dato da A'OC.

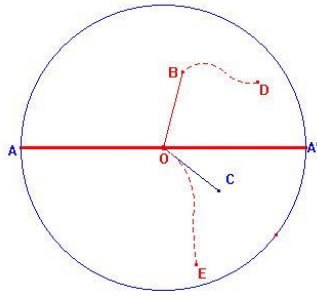


fig. 3

Il fotone diffuso non lascia traccia, ma in un certo punto B strappa a un atomo della grafite un elettrone per effetto fotoelettrico; questo elettrone lascia la traccia BD e perciò possiamo individuare la direzione OB del fotone diffuso. L'angolo θ della formula [10] è perciò $\angle A'OB$.

Per maggiori dettagli e per le misure effettuate nel 1925 in Germania da Bothe e Geiger vedi⁸.

L'effetto Compton inverso.

Se l'elettrone non è fermo, ma si muove con energia relativistica, cioè con energia cinetica molto maggiore dell'energia di quiete, ed ha perciò energia maggiore di quella del fotone, è l'elettrone che cede energia al fotone. Il fotone, che magari è un fotone del fondo cosmico a microonde (CMB), può essere portato ad energie molto elevate e può dar luogo a getti di raggi γ ultra duri.

Per approfondire l'argomento, che ha rilevanza in astrofisica, rinvio alla tesi di laurea di Chiara Circosta⁹

⁸ Enrico Persico: "Fondamenti della meccanica atomica", Zanichelli 1939 (pag. 27 – 33).

⁹ Chiara Circosta <http://amslaurea.unibo.it/id/eprint/5651>