

Ottavio Serra

La caduta dei gravi e la relatività generale.

(Relazione tenuta presso il Liceo classico Gioacchino da Fiore di Rende il 4 dicembre 2015 in occasione del convegno sul centenario della relatività generale organizzato da me e dalla dirigente scolastica Prof.^{ssa} Eleonora Saia, alla quale va il mio più vivo apprezzamento per il sostegno appassionato dato all'iniziativa).

Albert Einstein era un modesto impiegato all'ufficio brevetti di Berna. Aveva già pubblicato alcuni pregevoli articoli di termodinamica e di meccanica statistica, ma niente di eccezionale, quando a 26 anni, nella primavera del 1905, <fu colpito dalla folgore divina e nel giro di tre mesi scrisse tre lavori, ciascuno dei quali sarebbe bastato a renderlo immortale>¹.

A noi in questo convegno interessa il terzo lavoro, “*Sull'elettrodinamica dei corpi in moto*”, ora universalmente noto come *Teoria della relatività* (particolare o speciale, per distinguerla da quella generale del 1915 della quale stiamo celebrando il centenario).

A questo punto ci chiediamo: perché partire dalla relatività speciale? Perché in essa è il germe dello sviluppo futuro.

Agli inizi del XX° secolo la fisica era alle prese con due grosse difficoltà; la seconda, dalla quale scaturì la teoria della relatività, era legata all'elettromagnetismo di Maxwell, secondo il quale la luce consiste di onde elettromagnetiche che, nel vuoto, si propagano con una **velocità** che dipende solo dalle **caratteristiche elettriche e magnetiche dello spazio**.

In base al principio di relatività di Galilei ogni velocità è relativa a un sistema (corpo) di riferimento, per cui se un treno va a 20 m/s rispetto al terreno e un passeggero va nel corridoio a 2 m/s rispetto al treno (nello stesso verso), allora rispetto alla Terra va a 22 m/s. Sembra ovvio e le misurazioni *confermano* con grande accuratezza. **Ma la velocità della luce a quale riferimento è relativa?** C'era un bel nome disponibile, l'etere cosmico, che riempie tutto lo spazio, e fu subito ingaggiato: la velocità della luce è relativa all'etere cosmico. Senonché, siccome la Terra nel suo moto intorno al Sole non può essere sempre ferma rispetto all'etere, la velocità della luce rispetto alla Terra non può essere sempre quella trovata da Maxwell. Però tutti gli esperimenti (Michelson, Morley, Trouton) diedero risultati negativi: la velocità della luce coincideva **sempre** con quella teoricamente trovata da Maxwell. **La velocità della luce è la stessa in ogni sistema di riferimento, è indipendente dal riferimento: è “assoluta”.**

Ora chiediamoci: esistono in natura agenti fisici che si propagano con **velocità infinita**? (Il pensiero forse lo fa, ma *vabbè!*). **E' più sensato pensare che ci sia un tetto finito alle velocità in natu-**

¹ Emilio Segrè premio Nobel, “Personaggi e scoperte della fisica contemporanea”, Mondadori 1976.

ra, una velocità massima c ; ma allora c non si può sommare con la velocità della sorgente o del sistema di riferimento, come nell'esempio del viaggiatore nel treno, perché in tal caso potremmo avere una velocità maggiore di c contro l'ipotesi che c sia il massimo. Segue che c è anche una velocità limite (come l'infinito matematico, che sommato con 48 o con cento miliardi dà ancora lo stesso infinito). **D'altra parte, per l'unicità del massimo, se c 'è una velocità che non si somma con la velocità del corpo di riferimento, questa velocità deve coincidere con c . E siccome la velocità della luce non si somma con la velocità del riferimento, c è la velocità della luce.**

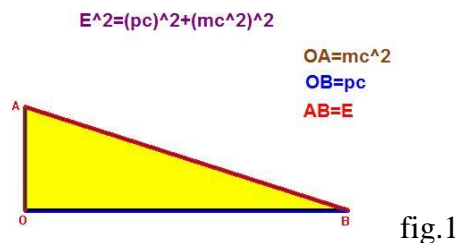
Einstein assume a questo punto due postulati:

[1] **il principio di relatività galileiano secondo il quale le leggi fisiche sono invarianti (presentano la stessa forma) nel passaggio da un riferimento inerziale a un altro (che si muova rispetto al primo di moto rettilineo uniforme) e**

[2] **l'invarianza della velocità della luce.**

Il resto è un calcolo abbastanza semplice (si fa per dire, dipende dalla profondità a cui vogliamo arrivare) e si trovano risultati a quei tempi inaspettati: che un intervallo di tempo è relativo al sistema di riferimento, così pure la distanza tra due punti. Però si trova un assoluto a un **livello più profondo, la distanza spazio-temporale tra due eventi è assoluta.**

Un altro assoluto è la differenza tra il quadrato dell'energia e il quadrato dell'impulso, uguale per ogni corpo al quadrato della sua massa, **se si assume $c=1$: $E^2 - p^2 = m^2$** , come in una specie di teorema di Pitagora con un cateto fisso per ogni particella: (Vedi Triangolo di Einstein nella fig.1):



Un'altra relazione fondamentale è $\frac{E}{p} = \frac{c^2}{v}$ che, nel caso di **una particella di luce**, fornisce $E=pc$,

come nell'elettromagnetismo di Maxwell, e inserendo tale risultato nel triangolo di Einstein si trova che **una particella va alla velocità della luce se e solo se la sua massa è zero**. Ma c'è di più: se assumiamo $c=1$, energia E , impulso p e massa m diventano omogenee; massa, impulso, energia si possono tutte misurare in unità di energia, come si fa correntemente in fisica atomica e nucleare.

Una teoria più profonda è più comprensiva, e unifica grandezze che appaiono separate in una teoria più superficiale. Lo stesso accade per spazio e tempo: le distanze si possono misurare in secondi, giorni, anni (luce), cosa che del resto fanno non solo gli astronomi, ma anche i contadini del mio paese (*almeno al tempo della mia giovinezza; ora usano il Tom Tom*).

Ma c'è di più. Maxwell aveva unificato campo elettrico e campo magnetico nel campo elettromagnetico, però le leggi del campo magnetico si dovevano ricavare dall'esperienza, come del resto quelle del campo elettrico. **Era, diciamo, un'unificazione fenomenologica.** Con Einstein la concezione è più unitaria e profonda: **il campo magnetico spunta come effetto relativistico del campo**

elettrico; addirittura, se non esistesse il tetto della velocità della luce, **se esistessero agenti fisici infinitamente veloci ($c \rightarrow \infty$), non esisterebbe campo magnetico².**

E ora la caduta dei gravi.

Einstein era insoddisfatto per due motivi:

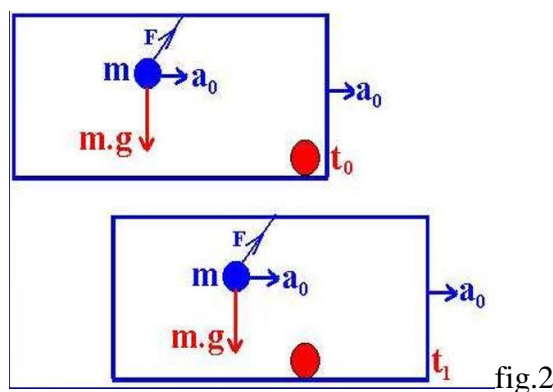
1° Gli sembrava restrittivo che i sistemi di riferimento inerziali fossero privilegiati:

2° Aveva notato l'incompatibilità della sua teoria (la relatività del 1905) con la legge di gravitazione di Newton. L'azione gravitazionale **si propagava istantaneamente** tra due corpi, contro la relatività che fissa la velocità della luce come massima velocità in natura.

Meditando sul problema, verso il 1907 ebbe quella che egli definì ***l'intuizione più felice della mia vita***: **un corpo in caduta libera non sente il suo peso!** C'era poi l'osservazione di Galilei che (nel vuoto) tutti i corpi cadono con **la stessa accelerazione**, corroborata dagli esperimenti di Newton sull'indipendenza del periodo di oscillazione di un pendolo dalla massa e dalla composizione chimica del corpo oscillante. **Era la proporzionalità della carica gravitazionale e della massa** di un corpo e perciò le due grandezze furono identificate. Per questo motivo si dice che la forza di gravitazione è proporzionale al prodotto delle **due masse** che si attirano reciprocamente. L'uguaglianza tra carica gravitazionale e massa intanto era stata confermata con grande precisione dal fisico ungherese Eotvos.

La forza di gravità provoca un'accelerazione indipendente dalla massa; c'è qualche altra forza che fa lo stesso? Parrebbe di no.

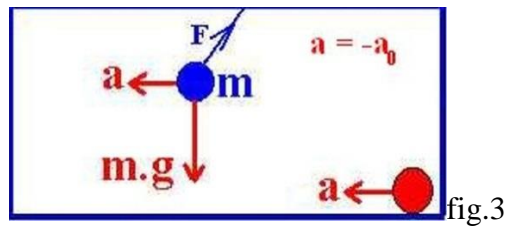
Nei disegni seguenti si mostra un carrello accelerato verso destra in un riferimento inerziale esterno



La palla rossa resta immobile nel riferimento inerziale esterno (Se l'attrito è nullo o trascurabile).

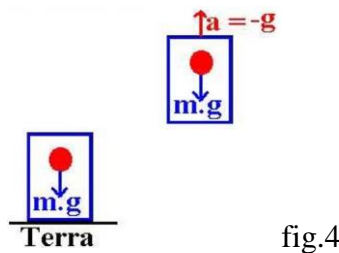
Vediamo come appaiono le cose dall'interno del carrello: una **misteriosa forza apparente**, proporzionale alla massa (palla rossa) come la forza peso (a proposito, dov'è il "basso"?).

² Vedi J. Orear: "Fisica generale", Zanichelli 1973; O. Serra "Lezioni allo Scorza, Bravi in fisica 2011, Il campo magnetico come correzione relativistica del campo elettrico" nel sito digilander.libero.it/ottavioserra0



La forza di gravità e la forza apparente sono le uniche forze (agenti su un corpo) proporzionali alla massa (del corpo).

Il disegno seguente mostra un'astronave ferma a Terra e poi accelerata nello spazio interstellare a gravità esterna zero: **Un corpo cade verso il "pavimento" come se ci fosse un campo di gravità.**



Ora mostro un'astronave in orbita inerziale (in caduta libera) intorno a un pianeta: a rigore la gravità è annullata solo nel centro di massa O. In punti diversi c'è un effetto residuo detto *deriva di marea*.

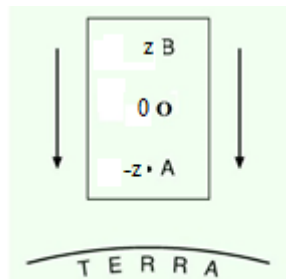


fig.5

Nel giro di due anni (1907 – 1908) Einstein elaborò la struttura concettuale della nuova teoria e formulò il principio fondamentale, il principio di equivalenza: **un riferimento accelerato privo di gravità è (localmente) equivalente a un riferimento inerziale nel quale agisce un campo di gravità.**

Poi impiegò sette anni per completare la relatività generale, perché *non è facile liberarsi dall'idea che le coordinate debbano avere un significato fisico immediato*³, ma anche perché (confessò in seguito) **non conosceva abbastanza matematica (Intelligenti pauca!)**.

Nel novembre del 1915, nei giorni 4, 11, 18 e 25, tenne all'accademia prussiana delle scienze quattro seminari in cui presentò la nuova relatività generale. Nel 1916 pubblicò l'articolo fondamentale "I fondamenti della teoria della relatività generale" sugli Annali di Fisica di Berlino⁴.

³ A. Einstein, "Note autobiografiche" in "Albert Einstein scienziato e filosofo" a cura di Paul Schilp, Boringhieri 1958.

⁴ Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie, <<Annalen der Physik>> (4), 49, 1916.

Ho detto prima che nell'interno di un riferimento in caduta libera in un campo gravitazionale non si sente il campo di gravità, ma questo è vero solo *localmente*, cioè in una regione limitata (infinitesima) dello spazio – tempo, per la deriva di marea. Ciò impone che nello spazio occorre fissare un sistema di coordinate (cartesiane o di altro tipo) diverso da punto a punto, uno in O, uno in A, uno in B (Vedi la fig.5 precedente e la fig.6 seguente).

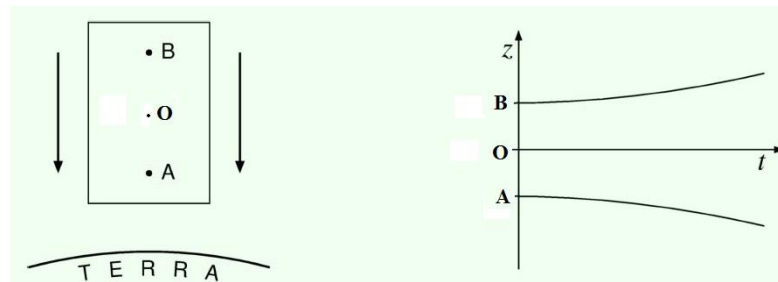


fig.6

Una particella resta **immobile nell'astronave** solo se posta nel centro di massa O; se posta in A, è più vicina alla Terra e cade con accelerazione maggiore, se posta in B cade con accelerazione minore. Perciò dopo un po' di tempo i diagrammi orari di A e di B si incurvano rispetto a quello di O per **effetto mareale** (Vedi parte destra della fig.6): **in questo senso lo spazio-tempo nell'astronave è curvo**. Solo in piccolo i tre diagrammi orari sono rette parallele.

La stessa cosa succede se si vuol rappresentare la superficie della Terra con un unico sistema di coordinate cartesiane: non è possibile, perché la superficie di una sfera non è sviluppabile su un piano, non si può spianare, come invece accade per una superficie cilindrica o conica. Solo in "piccolo" ciò è possibile, è ciò che fa l'Istituto geografico militare, che divide la superficie dell'Italia in molte PICCOLE parti in ciascuna delle quali è possibile approssimare meridiani e paralleli con due sistemi di rette parallele (coordinate cartesiani LOCALI).

Si ottiene quello che Eddington chiamerà **un mollusco di riferimento**, un sistema di coordinate curvilinee (in quattro dimensioni), che generalizza le coordinate curvilinee introdotte da Gauss e da Riemann sulle superfici curve (bidimensionali). **In questo senso si dice che lo spazio – tempo della relatività generale è curvo**. E siccome in ogni punto il sistema di riferimento accelerato, equivalente a un campo gravitazionale, dipende dall'intensità del campo in quel punto e quindi dalle masse, si dice che **la curvatura dello spazio – tempo è causata dalle masse (è la massa)**. Un'unica equazione collega curvatura dello spazio – tempo e densità della massa – energia. **E' un risultato di rara eleganza e bellezza: le masse dicono allo spazio-tempo come incurvarsi e la curvatura dice alle masse come muoversi!**

Einstein individuò subito tre previsioni della teoria della relatività generale:

- 1) La deflessione (**caduta**) della luce di una stella in un campo gravitazionale, osservata da Eddington nel 1919 durante un'eclissi di Sole;

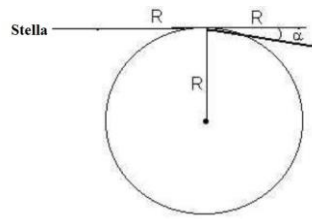


fig.7

Perché la luce “cade” in un campo di gravità? Cerco di spiegarlo col disegno seguente:
(La scatola rappresenta un’astronave in moto accelerato nello spazio interstellare).

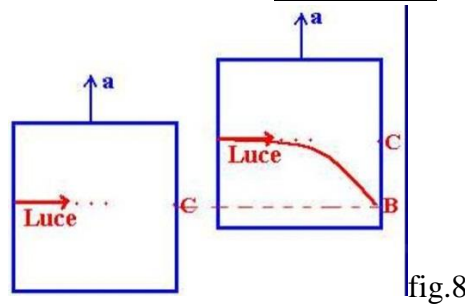


fig.8

Se l’astronave si muovesse di moto rettilineo uniforme, la luce colpirebbe la parete destra nel centro C per il principio di relatività galileiana, ma siccom accelera, la luce resta indietro e colpisce nel punto *più basso* B, descrivendo, per l’astronauta, una parabola. (Per un osservatore esterno la luce va dritta. Vedi linea tratteggiat in fig.8). **Per il principio di equivalenza, in un campo di gravità la luce deve incurvarsi (cadere, deflettersi).**

La deflessione della luce è ora sfruttata in cosmologia nelle “*lenti gravitazionali*”.

- 2) Il red shift gravitazionale (significa che **il tempo rallenta** in un campo di gravità). Fu verificato negli anni 1959 - 1965⁵ in America e nel 1974 a Torino⁶

Questo effetto è essenziale per il funzionamento del sistema di localizzazione GPS.

- 3) La spiegazione dell’avanzamento residuo del **perielio di Mercurio**, che gli astronomi avevano misurato e per il quale non riuscivano a trovare una spiegazione soddisfacente nel quadro della meccanica newtoniana.

L’avanzamento del perielio di Mercurio è molto piccolo (42” d’arco per secolo), perché il campo gravitazionale del Sole è relativamente debole. Nel 1974 fu scoperta una **pulsar binaria (PSR 1913+16)** per la quale l’avanzamento del perielio è grandissimo: circa 60° in 5 anni (1976 – 1981).

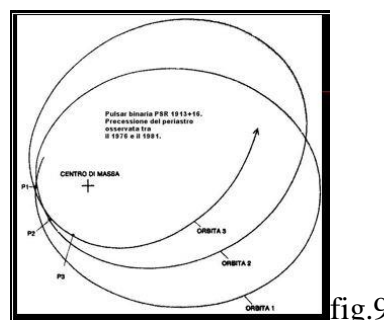


fig.9

Sullo spostamento del perielio presenterò ora una mia simulazione.

⁵ Pound e Rebka, 1959. Harvard University, misurando lo spostamento verso il rosso nelle linee spettrali usando una sorgente terrestre di raggi gamma di ⁵⁷Fe. Pound e Snider, 1965, alla Columbia university di New York.

⁶ Esperimento di Briatore e Leschiutti, citato da Elio Fabbri in “Per un insegnamento moderno della Relatività”, A.I.F. sezione di Lucca e Pisa, 1989.