

OTTAVIO SERRA *

Nel segno di Einstein

Introduzione.

La comunità internazionale dei fisici, per celebrare il centenario della teoria della Relatività, ha proclamato il 2005 anno mondiale della fisica.

I lavori pubblicati da Einstein nel 1905 sono 5; di questi i più famosi sono i tre pubblicati sugli *Annalen der Physik* di Berlino nella primavera di quell'anno:

- 1) *Un punto di vista euristico relativo alla generazione e trasformazione della luce* (marzo), in cui introduce l'ipotesi dei quanti di luce (i fotoni) con la quale spiega, tra le altre cose, l'effetto fotoelettrico;
- 2) *Movimento di particelle sospese in liquidi in quiete, richiesto dalla teoria molecolare del calore* (maggio), nel quale viene fondata la teoria del moto browniano e sono ricavate le equazioni che permisero a Jean Perrin la prima misurazione diretta di precisione del numero di Avogadro;
- 3) *Elettrodinamica dei corpi in movimento* (giugno), il rivoluzionario lavoro che contiene quella che poi fu detta **Teoria della Relatività** (speciale o ristretta, per distinguerla dalla teoria della relatività generale del 1916).

Il 5° lavoro, pubblicato a settembre, sempre sugli *Annalen der Physik*, riguarda l'inerzia dell'energia e contiene la famosa formula di proporzionalità tra massa ed energia e che di solito è l'unico risultato che la gente associa al nome di Einstein.

Per una biografia intellettuale e scientifica di Einstein, si veda il libro di Emilio Segrè sulla fisica contemporanea.¹

Per un'indicazione di tutti i lavori di Einstein, si può consultare la bibliografia completa dei suoi lavori scientifici riportata in appendice al libro di Schilpp: "Einstein scienziato e filosofo".²

L'opera di Einstein è stata decisiva per tutte le teorie fisiche del XX° secolo, ha indirizzato su nuove vie la ricerca e ha introdotto nuovi paradigmi e modi di pensare nel lavoro dei fisici.

I lavori di Einstein spaziano su tutti i temi di frontiera della fisica del suo tempo; essi hanno in comune il modo spregiudicato e rivoluzionario di affrontare i problemi e arrivano a conclusioni inaspettate con metodi matematici relativamente semplici, ma con logica stringente e sicuri riferimenti sperimentali.

Su *spazio e tempo, massa ed energia, gravitazione* ho già scritto nel 2004 su questa rivista³. Un mio articolo con un'esposizione più dettagliata, anche ad uso didattico, sulla Relatività ristretta e generale è in corso di stampa sul N°16 dell'*Annuario del Liceo Scientifico Scorza* di Cosenza. Su un fondamentale lavoro di Einstein del 1917, relativo a una nuova deduzione della legge di Plank e che quarant'anni dopo condusse all'invenzione del LASER, ho scritto su *Orizzonti*.⁴

In questo articolo mi propongo di trattare del secondo lavoro, quello sul moto browniano.

Sullo stesso argomento, all'inizio del 1905, Einstein aveva già scritto un'anticipazione nella dissertazione inaugurale dell'anno accademico dell'Università di Zurigo, dal titolo "*Una nuova determinazione delle dimensioni molecolari*", pubblicata di nuovo l'anno successivo negli *Annalen der Physik* di Berlino.

Il moto browniano.

Nel 1827 il botanico inglese Robert Brown, studiando al microscopio gli infusori presenti nell'acqua di uno stagno, aveva notato che questi erano in continuo e irregolare movimento, indipendentemente dalla natura e da qualsiasi movimento del liquido.

In seguito fu notato questo movimento caotico anche quando nell'acqua o in altri liquidi si spargevano sottilissime polveri di materiale inorganico. Il moto non era perciò dovuto a microscopici esseri viventi. Esso era tanto più vivace quanto più piccole erano le particelle in sospensione e quanto più alta era la temperatura.

Dopo che nella seconda metà dell'800 con Maxwell e Boltzmann si affermò la teoria cinetica molecolare del calore e la termodinamica fu interpretata in termini di meccanica statistica, alcuni fisici ebbero l'idea che il moto browniano fosse dovuto agli urti delle molecole invisibili contro le particelle in sospensione, che invece erano visibili al microscopio (o meglio, all'ultramicroscopio). Se le particelle hanno dimensioni abbastanza grandi, poniamo di un centinaio di micron, gli urti che subiscono su un lato da parte delle molecole in moto caotico sono compensati **in media** dagli urti sul lato opposto e perciò le particelle stanno ferme. Ma se una particella è molto più piccola, con dimensioni dell'ordine di qualche micron, le **fluttuazioni statistiche** degli urti fanno sì che l'impulso totale su brevi intervalli di tempo sia diverso da zero, perciò la particella ha un moto erratico, dapprima in una direzione, poi bruscamente in un'altra. Il movimento browniano, che non dipende dalla natura del liquido, ma solo dalla massa dei granuli e dalla temperatura, è perciò un indizio del moto molecolare e quindi della reale esistenza delle molecole. Il problema non è trascurabile, perché ancora agli inizi del '900 c'erano dei fisici, come Ostwald, Mach e anche il grande Henry Poincaré, che ritenevano gli atomi e le molecole tutt'al più come una comoda finzione per spiegare in modo semplice le leggi elementari della chimica.

Si cercò perciò di misurare direttamente la velocità delle particelle sospese (Exner 1900),⁵ ma il tentativo fallì perché la velocità puntuale delle particelle non è una grandezza ben definita, in quanto dipende dalla precisione con cui si può seguire la traiettoria di ciascuna particella.

La teoria di Einstein, perfezionata l'anno successivo (1906) da Smoluchowski, chiarì che la grandezza suscettibile di accurata determinazione sperimentale non è la velocità, ma lo spostamento quadratico medio delle particelle sospese.

Questa teoria permise di misurare in modo diretto il numero di Avogadro, cioè il numero di molecole contenuto in una mole di qualsiasi sostanza, per esempio in due grammi di idrogeno o in quattro grammi di elio o in 108 grammi di argento e così via. Fu possibile così ricavare la massa degli atomi *in modo assoluto*, cioè in grammi.

Dopo questi risultati tutti i fisici accettarono l'esistenza degli atomi (e delle molecole) come un dato di fatto e non solo come una più o meno utile ipotesi.

Un cenno quantitativo.

Secondo la teoria cinetica, ogni molecola (monoatomica), indipendentemente dalla specie chimica e dalla massa, ha un'energia cinetica media pari a $(3/2)kT$, essendo T la temperatura assoluta, k la costante di Boltzmann, cioè il rapporto tra la costante R dei gas ($R=8,31$ Joule per mole grado) e il numero N di Avogadro, che allora era conosciuto in modo molto approssimativo. Si sapeva soltanto che doveva essere enorme, data la piccolezza delle molecole (ma quanto piccole?).

Alla fine dell'800 era stata stimata la grandezza di una molecola di trioleina facendo espandere sulla superficie di una vaschetta piena d'acqua una goccia d'olio di volume e massa nota. Anche la composizione chimica e quindi il peso molecolare era noto. Si evidenziava la superficie della macchia spolverandola con borotalco e se ne misurava l'area. Presumendo che lo strato d'olio fosse monomolecolare (altrimenti la macchia avrebbe continuato a espandersi) e nell'ipotesi che le molecole avessero forma sferica (ora sappiamo che la molecola di trioleina ha una forma allungata), si ricava il diametro delle molecole e quindi il loro numero nella massa nota di trioleina usata. Un semplice confronto col peso molecolare dava poi il numero di Avogadro.

Le incertezze del metodo erano però tali da lasciare dubbio il risultato per un fattore da dieci a cento.

In seguito, nel primo decennio del '900 il numero di Avogadro, o meglio la costante di Boltzmann, fu determinata indirettamente, insieme alla costante di Planck, sfruttando la legge di Planck sul potere emissivo del corpo nero.⁶ Si ottenne in tal modo l'ordine di grandezza corretto per il numero di Avogadro.

Einstein nel suo lavoro sul moto browniano presume che anche le particelle in sospensione, all'equilibrio termico, debbano avere la stessa energia cinetica media delle molecole del liquido e perciò applica ad esse il principio di Boltzman di equipartizione dell'energia. Ciò a priori può essere giusto o sbagliato, solo le verifiche sperimentali potranno decidere il dilemma. Sta di fatto che tutte le intuizioni di Einstein, fino al 1920, caratterizzate da un'estrema audacia intellettuale, daranno frutti fecondi.

La velocità quadratica media si ottiene uguagliando l'energia cinetica media a $(3/2)kT$:

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Le parentesi angolari denotano il valore medio, in questo caso il valore medio del quadrato della velocità.

Si tenga presente che per un grado di libertà, per esempio lungo l'asse x, l'energia cinetica media è un terzo, cioè $(1/2)kT$.

Misurando in un piano orizzontale, per esempio nel piano della messa a fuoco del microscopio, gli spostamenti di una particella sospesa in intervalli di tempo uguali, dopo n di tali intervalli di tempo il quadrato dello spostamento sarà

$$\Delta^2 = (X_1 + X_2 + \dots + X_n)^2 + (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n)^2$$

(è il teorema di Pitagora).

Sviluppando i quadrati e tenendo conto che i doppi prodotti in media si elidono perché, nell'ipotesi di moti caotici statisticamente indipendenti, ce ne sono tanti positivi quanti negativi, si ottiene

$$\langle \Delta^2 \rangle = (X_1^2 + \dots + X_n^2) + (Y_1^2 + \dots + Y_n^2) = n(\langle X^2 \rangle + \langle Y^2 \rangle).$$

Facendo i calcoli, ⁷ si trova

$$[1] \quad \langle X^2 \rangle = \langle Y^2 \rangle = \frac{kT}{3\pi r\eta} t$$

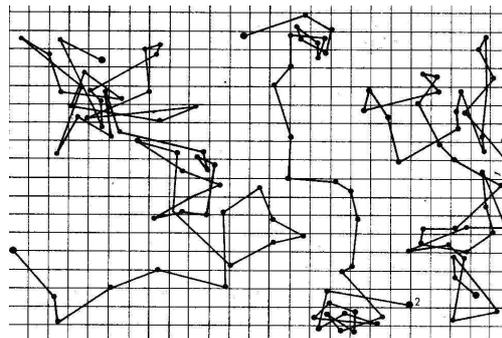
(r è il raggio delle particelle in sospensione supposte sferiche, η è la viscosità del liquido, t il tempo totale di osservazione).

I valori medi dei quadrati di X e Y sono uguali, come è ovvio, perché non c'è nessuna differenza intrinseca tra i due assi cartesiani.

Una misura diretta degli spostamenti permette di accertare due fatti:

primo, gli spostamenti, considerati come vettori, sono casuali, infatti il loro valore medio è zero; secondo, gli spostamenti quadratici medi lungo i due assi sono uguali. Una volta trovati i loro valori, la formula [1] consente di determinare k e quindi il numero N di Avogadro.

Nella figura sottostante sono riportate le tracce del moto di tre particelle colloidali sospese in acqua. Le particelle sono state riprese a intervalli di tempo uguali nel piano del vetrino del microscopio.



(da Jean Perrin, 1909)

La posizione delle particelle è data dai tondini, i tratti rettilinei sono un artefatto dello sperimentatore per rendere più comprensibile il disegno.

Alcuni dati sperimentali.

Jean Perrin usò gomma gutta sciolta in alcool, aggiungendo poi dell'acqua in cui la resina è insolubile. Mediante centrifugazione frazionata ottenne granuli di resina sferici di raggio uniforme. Il raggio fu determinato misurando la velocità asintotica di caduta in acqua e utilizzando la legge di Stokes sulla resistenza viscosa: $mg = 6\pi\eta rv$ e sostituendo alla massa m della sferetta di resina il suo volume moltiplicato per la densità, nota, della gomma gutta. Il raggio così ottenuto fu sostituito nella precedente formula [1].

Questo metodo, insieme a una variante basata sull'estensione della formula barometrica (variazione della densità con l'altezza) a una sospensione di granuli di gomma gutta in acqua, diede per il numero di Avogadro il valore $N = 6,8 \cdot 10^{23}$ molecole per mole (1909 - 1910).

Al moto browniano partecipano non solo particelle libere di muoversi in un fluido, ma anche sistemi macroscopici che possano partecipare globalmente, con uno o più gradi di libertà, all'equipartizione dell'energia termica. Per esempio, se a un sottilissimo filo di quarzo è saldato un minutissimo specchio, questo non sta fermo ma oscilla continuamente in modo irregolare intorno alla posizione di equilibrio. Misurando l'ampiezza quadratica media delle oscillazioni, Kappler nel 1932 ottenne la più precisa determinazione diretta di N : $6,059 \cdot 10^{23}$.

Il valore più probabile oggi accettato, determinato con metodi indiretti, diffrazione di raggi X attraverso un cristallo a struttura nota (cloruro di sodio), carica dell'elettrone (Millikan) e costante dell'elettrolisi di Faraday ecc, danno per N il valore di $6,023 \cdot 10^{23}$ con uno scarto quadratico medio del 5 per mille.

Si ricordi che dispositivi a filo di quarzo con specchio vengono usati nei galvanometri per misurare piccole correnti elettriche in base alla torsione del filo. L'angolo di torsione, fortemente amplificato, è misurato dallo spostamento su uno schermo di un sottile pennello luminoso riflesso dallo specchietto (metodo di Poggendorff). Il tremolio dovuto al moto browniano dà un limite inferiore alla precisione delle misure. Per avere misure attendibili, occorre che la potenza P fornita al galvanometro moltiplicata per il tempo t di osservazione superi l'energia termica totale (cinetica più potenziale) kT del grado di libertà rotatoria del filo cui è sospeso lo specchietto. Per rilevare correnti debolissime occorre pertanto operare a bassa temperatura e con lunghi tempi di misurazione.

Fluttuazioni di densità.

Il moto browniano provoca piccole fluttuazioni di densità in un gas, per esempio l'aria. Da ciò segue una fluttuazione dell'indice di rifrazione ottica e di conseguenza una diffusione laterale della luce bianca proveniente dal Sole. Siccome l'indice di rifrazione è maggiore per le lunghezze d'onda minori, blu e violetto, l'atmosfera diffonde di più queste radiazioni, donde il colore azzurro del cielo (sereno). Dal colore della luce diffusa dal cielo è pertanto ricavabile il numero di Avogadro (lord Rayleigh): è un metodo elegante e poetico, anche se non molto preciso.

La diffusione è particolarmente accentuata in prossimità del punto *critico* di un gas (coesistenza delle tre fasi: solida, liquida e gassosa); la superficie libera del liquido è in tal caso instabile e appare lattiginosa: *opalescenza critica*. Anche dallo studio dell'opalescenza critica è possibile ricavare approssimativamente il numero di Avogadro.

Fluttuazioni e secondo principio della termodinamica.

Il secondo principio afferma che il calore spontaneamente può fluire soltanto da una regione più calda a una più fredda. In piccole regioni spazio - temporali possono aversi violazioni del secondo principio per effetto delle fluttuazioni, ma per notare queste violazioni in un sistema macroscopico occorrerebbe osservare il sistema per un tempo così lungo che in pratica si può considerare infinito: le violazioni sono inaccessibili a livello macroscopico.

In un famoso esperimento ideale Maxwell ha esaminato la possibilità di sfruttare le fluttuazioni per creare una differenza di temperatura e quindi produrre lavoro utile senza violare la conservazione dell'energia (motore perpetuo di seconda specie). Egli immagina un *demonietto* che controlla una valvola in una parete che divide a metà un cilindro contenente un gas inizialmente isoterma. Il demonietto apre la valvola quando su di essa arrivano molecole veloci (più veloci della velocità media), in modo che alla fine una metà del cilindro è ricca di molecole veloci e quindi a temperatura più alta.

Si può dimostrare però che l'energia assorbita dal *demonietto* per svolgere il suo compito è *almeno* pari all'energia che si dovrebbe ricavare dal dislivello termico. Si potrebbe ipotizzare che l'apertura della valvola fosse azionata dalle stesse molecole incidenti, quelle abbastanza veloci. Ma allora la valvola dovrebbe avere essa stessa dimensioni molecolari e sarebbe anch'essa soggetta al moto browniano: non potrebbe perciò provvedere regolarmente alla cernita delle molecole veloci.

Sviluppi recenti.

La possibilità che le fluttuazioni statistiche possano dar luogo a motori perpetui di seconda specie recentemente è stata riportata all'attenzione dei fisici dallo sviluppo delle *nanotecnologie* e dallo studio di sistemi biologici di dimensioni cellulari. Non possiamo dire allo stato presente che cosa ci riserva il futuro. In ogni caso ancora una volta dobbiamo constatare che le vie aperte da Einstein sono ricche di prospettive e feconde di risultati.

Per uno sguardo a questo affascinante problema si può leggere l'articolo di Fabio Marchesoni: "*Dal moto perpetuo ai motori browniani*".⁸

- ¹ Emilio Segrè: "Personaggi e scoperte della fisica contemporanea", Mondadori Milano 1976.
- ² Paul Schilpp, "Albert Einstein scienziato e filosofo", contiene l'autobiografia di Einstein e saggi di 26 tra scienziati e filosofi, Evanston Illinois 1949, Boringhieri Torino 1958.
- ³ "La Relatività nella scuola italiana", su "Il Foglio" del Liceo Ginnasio *Garibaldi* e Istituto d'Arte *Alfano* di Castrovillari, maggio 2004.
- ⁴ "Fisica: insegnamento e ricerca", su *Orizzonti*, periodico del Liceo Classico *Gioacchino da Fiore* di Rende dicembre 2004.
- ⁵ Walther Gerlach, "Fisica", Enciclopedia Fischer, Feltrinelli Milano 1964.
- ⁶ Riccardo Becker, "Teoria dell'elettricità 2° vol. Appendice G", Sansoni Firenze 1950;
Ottavio Serra, "Pi greco è dappertutto", Annuario del Liceo Scientifico Scorza di Cosenza N° 15 2002 - 2003.
- ⁷ Fleury e Mathieu, "Fisica generale e sperimentale, 2° vol. Zanichelli Bologna 1964.
- ⁸ Le Scienze, "L'eredità di Einstein", N° 405, novembre 2004.

*** Già docente presso il Liceo Scientifico "Scorza " di Cosenza**