

Ottavio Serra

Principi di simmetria e leggi di conservazione

Generalità.

Il termine "simmetria" ha nel linguaggio comune il significato di *giusto mezzo, con misura* (*συμμετρία* in greco), e perciò anche di *rappporto armonioso, giusto rapporto tra le parti*; in questo senso è adoperato nella creazione artistica fin dall'antichità ed è legato al senso del bello. Un'esposizione molto ampia e approfondita della simmetria nell'arte, nella natura e nella matematica, con bei disegni e suggestive figure, si trova in un interessante libro del matematico tedesco Herman Weil¹. Nel libro è svolta in modo esauriente la teoria dei gruppi e l'applicazione alla classificazione dei cristalli, ma la lettura di questa parte, in buona misura trattata in un'appendice, richiede molto impegno per la comprensione dell'argomento.

Anche nella scienza troviamo questo termine; inizialmente nel significato ristretto di simmetria bilaterale: una figura (tridimensionale) è simmetrica rispetto ad un piano se rispetto al piano si divide in due parti, l'una immagine speculare dell'altra. Nel caso di figure piane la simmetria speculare è rispetto ad una retta. In entrambi i casi la simmetria è detta, per questo motivo, riflessione.

La simmetria bilaterale si trova realizzata approssimativamente in natura, nella simmetria destra - sinistra della figura umana e in generale degli animali (almeno nell'aspetto esterno), nei fiori, nei cristalli. E' forse per questo motivo che nell'arte spesso si ritrovano motivi di simmetria bilaterale. Si osservi che di piani di simmetria speculare (di rette nel caso di piano), ce ne possono essere più d'uno. Per esempio, in un triangolo equilatero ci sono tre assi di riflessione, in un quadrato quattro, in un pentagono regolare cinque e così via, per arrivare al cerchio che ne ha infiniti: ogni diametro è asse di riflessione. Per questo motivo Aristotele considera tra le figure piane il cerchio come la più perfetta. L'influsso aristotelico si fa sentire ancora in Galileo, che ritiene, contro Keplero, le orbite planetarie circonferenze centrate sul Sole.

L'analogo tridimensionale del cerchio è la sfera che ha infiniti piani di simmetria, i piani diametrali.

Perciò Aristotele ritiene sferici i corpi celesti e l'intero cosmo.

Ma la simmetria, nella scienza, nell'arte e nella natura, non si limita alla riflessione speculare. In senso lato si parla di simmetria anche nel caso della traslazione e della rotazione.

La traslazione si ha quando una figura è spostata parallelamente a se stessa ripetutamente (in linea di principio indefinitamente) di un tratto costante (passo o ampiezza della traslazione), come in certi fregi ornamentali o, grossolanamente, nell'accrescimento annuo degli strati di un tronco d'albero. Si ha simmetria di traslazione, se dopo un passo la figura, pensata illimitata, si sovrappone a se stessa. Il tratto costante può essere anche arbitrariamente piccolo, nel qual caso la traslazione da discreta diventa continua. E' quello che accade nella proiezione cinematografica, che si può immaginare come una traslazione temporale, anziché lungo un asse spaziale, nella quale il tratto temporale costante, l'intervallo di tempo tra la proiezione di un fotogramma e il successivo, è così piccolo da dare l'illusione di una proiezione continua, anche se in realtà si tratta di una proiezione discreta (a scatti); ciò è dovuto alla persistenza dell'immagine sulla retina.

La rotazione nello spazio consiste nel ruotare la figura di un certo angolo costante intorno a una retta, detta asse di rotazione. Nel piano la rotazione avviene intorno a un punto, detto centro di rotazione. Si ha simmetria di rotazione di un angolo ϕ , se dopo la rotazione la figura si sovrappone globalmente a se stessa. Per esempio, un triangolo equilatero ha simmetria di rotazione intorno al suo centro di un angolo di 120° o di 240° . Se marchiamo i punti della figura e vogliamo una sovrapposizione puntuale, occorre che ϕ sia commensurabile con l'angolo giro: $\phi/360^\circ = m/n$, essendo m ed n numeri interi. In tal caso, dopo n applicazioni della rotazione ϕ la figura avrà compiuto m giri completi e si sarà sovrapposta a se stessa punto per punto. Nel caso del triangolo equilatero ABC una rotazione di 120° lascia globalmente il triangolo sovrapposto a se stesso, ma A va in B, B in C, C in A. Occorre ripetere tre volte la rotazione di 120° perché A ritorni su A, B su B,

C su C. Ma se non si etichettano i punti e siamo interessati alla sovrapposizione globale, una simmetria di rotazione è sempre data da un angolo sottomultiplo di 360° .

Perciò si dice che le rotazioni che mutano il triangolo equilatero in sé sono tre: la rotazione di 120° , quella di 240° e... la quiete, rotazione nulla o di zero gradi. Si noti che tutte e tre si possono ottenere ripetendo più volte quella di 120° gradi (ovvio: $120^\circ = 1.120^\circ$, $240^\circ = 2.120^\circ$, $0^\circ = 3.120^\circ$). Ma anche 240° le genera tutte e tre: $1.240^\circ = 240^\circ$, $2.240^\circ = 120^\circ$, $3.240^\circ = 0^\circ$ (dal prodotto togliere i giri completi).

Nel caso del quadrato le rotazioni che lo mutano in sé sono quattro: 0° , 90° , 180° , 270° . Solo 90° e 270° le generano tutte e quattro: provare.

Il rettangolo ha invece una simmetria più bassa: due assi di riflessione, intorno alle rette mediane, cioè perpendicolari alle due coppie di lati opposti, e due rotazioni, di 0° e di 180° intorno al centro.

Prendiamo l'esempio del quadrato. Le simmetrie, a rigore le *isometrie*, che mutano il quadrato in sé, cioè che lo lasciano globalmente invariante, sono otto: quattro riflessioni rispetto alle due mediane e alle due diagonali e quattro rotazioni. L'insieme di queste otto isometrie, strutturato con l'operazione di composizione funzionale, cioè l'operazione che consiste nell'eseguire successivamente due (o più) di quelle isometrie, è un gruppo nel senso che a questo termine si dà in matematica: c'è un elemento neutro o indifferente, la rotazione nulla, la composizione di due rotazioni è una rotazione, la composizione di due riflessioni è una rotazione, (ma attenti all'ordine, non vale la proprietà commutativa), la composizione di una rotazione e una riflessione è una riflessione (attenti ancora all'ordine). Verificare che vale la proprietà associativa.

Un principio di simmetria è un'ipotesi di regolarità sul funzionamento, sul modo di comportarsi del mondo fisico. Che sia nella natura delle cose o che sia imposto dall'*Io legislatore* di kantiana memoria per organizzare e ridurre a unificazione l'enorme varietà dell'esperienza sensibile, per *salvare i fenomeni*, come dicevano i Greci, è questione troppo dibattuta e complessa e non ho né la voglia, né la competenza per affrontarla in questa sede.

Non va dimenticato che un principio di simmetria è introdotto per interpretare certi fatti sperimentali, e che, come lo ha edificato, l'esperienza può abbattearlo. A volte il principio resiste tanto a lungo, spiega tale messe di fatti, che finiamo per convincerci della sua validità assoluta e definitiva. Esso assurge a un livello di fede dogmatica e quando, sotto la pressione dei fatti, crolla, produce traumi intellettuali e quelle che si chiamano rivoluzioni scientifiche. Vedremo degli esempi più avanti.

Altri principi di simmetria invece stanno resistendo dai tempi di Newton; essi sono rimasti, mentre le leggi della fisica sono cambiate, a volte in modo drastico e traumatico.

Le leggi usuali della fisica, per esempio le tre leggi di Newton, le leggi dell'elettromagnetismo di Maxwell, pongono l'accento sull'evoluzione spaziale e temporale dei fenomeni: sono leggi di mutamento. Esse ci dicono quello che può e deve accadere. Invece i principi di simmetria sottolineano ciò che non varia, ciò che resta invariante. I principi di simmetria ci dicono che le leggi della fisica sono invarianti, s'intende rispetto a qualcosa, per la precisione rispetto a un gruppo di trasformazioni. Essi conducono a leggi di conservazione: se c'è una simmetria, qualcosa resta immutato nel tempo, si conserva, al di là del mutamento fenomenico. Se c'è una grandezza che si conserva nel tempo, ogni mutamento che non violi quella conservazione finirà per accadere. Si noti che, mentre le leggi formulate nel modo usuale prescrivono ciò che può accadere, le leggi di conservazione proibiscono ciò che non può accadere.

E' come passare da un ordinamento sociale autoritario in cui si può fare solo ciò che è detto espressamente, a un ordinamento liberale in cui si può fare tutto ciò che non è espressamente proibito.

Da un altro punto di vista, si passa da una visione, diciamo così, eraclitea del divenire o del mutamento a una visione parmenidea dell'essere o della conservazione.

Il processo concettuale è sempre il seguente: principio di simmetria → proprietà di invarianza → legge di conservazione.

Per non restare nel vago, presento il seguente esempio, che riprenderò più avanti.

Lo spazio, nel senso e con i vincoli di cui parlerò in seguito, è omogeneo, cioè ha le stesse proprietà in ogni punto; da questo principio di simmetria, rispetto al gruppo delle traslazioni, discende l'invarianza di posizione, tutte le posizioni sono equivalenti per la descrizione dei fenomeni fisici; da questa invarianza segue che, se un corpo o un sistema di corpi è fermo in un certo posto e non è soggetto a forze, resterà fermo indefinitamente: perché, infatti, dovrebbe cominciare a muoversi in una direzione anziché in un'altra? Perciò la sua quantità di moto, massa per velocità, era zero e resta zero. Analogamente, se si muove in assenza di forze esterne, la sua quantità di moto resta costante, si conserva.

Storicamente vennero prima le leggi dinamiche di Newton per la meccanica. Gradualmente si vide che da esse si potevano derivare delle leggi di conservazione, che permettevano un'impostazione più concisa ed elegante della dinamica. Partire dalle leggi dinamiche o dalle leggi di conservazione poteva essere una questione di gusto, ma nulla di più. Però col tempo le leggi di conservazione assunsero una posizione di primo piano, quando si vide che le leggi dinamiche classiche andavano cambiate nella dinamica relativistica e addirittura perdevano di significato nella meccanica quantistica, mentre le leggi di conservazione, connesse alle simmetrie dello spazio e del tempo, continuarono ad essere valide nella nuova fisica.

Passiamo ad esaminare ora concretamente i principi di simmetria della fisica.

Leggi di conservazione subordinate alle simmetrie dello spazio e del tempo.

Per lo studio del moto è necessario fissare un sistema di riferimento: un corpo si muove, ma rispetto a che cosa? In sistemi di riferimento diversi le leggi del moto hanno in generale forma diversa, in alcuni risulteranno molto complicate, in altri più semplici. Per esempio, il modo di oscillare di un pendolo sarà molto diverso a seconda che lo immagino in un riferimento solidale alla crosta terrestre, a un treno, a un autobus, a un'astronave. In generale lo spazio non sarà né omogeneo né isotropo. Non omogeneo nel senso che i diversi punti dello spazio non sono equivalenti, non c'è invarianza di traslazione; non isotropo, nel senso che le diverse direzioni nello spazio non sono equivalenti, non c'è invarianza di rotazione.

Analogamente, il tempo non sarà omogeneo, in istanti diversi un esperimento darà risultati diversi: per esempio, il solito pendolo potrà oscillare in modo simmetrico rispetto alla verticale per un po' di tempo e poi *decidere* in un istante successivo di oscillare per un po' intorno a una retta non verticale, per esempio in un treno, proprio nell'istante in cui un viaggiatore fermo davanti a un finestrino nel corridoio finisce gambe all'aria.

(Per il tempo che, a differenza dello spazio, è unidimensionale, non si pone il problema dell'isotropia; se mai si pone il problema dell'inversione temporale, cioè di andare indietro nel tempo, verso il passato per intenderci, ma di ciò parlerò più avanti. Per lo spazio invece l'inversione, cioè il tornare sui propri passi non è un problema: lo facciamo tutti i giorni. Ecco perché non ci meravigliamo: l'abitudine ci fa apparire ovvio quello che ovvio in altri contesti non è.

E' però un fatto d'esperienza lungamente e saldamente consolidato che esistono sistemi di riferimento nei quali lo spazio è omogeneo e isotropo e il tempo è omogeneo. Questi sistemi di riferimento si chiamano inerziali e in essi le leggi della fisica sono particolarmente semplici.

Si chiamano inerziali, perché in essi vale la legge d'inerzia (*Lex prima* di Newton).

Dall'omogeneità dello spazio segue l'invarianza per traslazione e quindi la legge di conservazione della quantità di moto, come accennato nel paragrafo precedente. Una dimostrazione matematica, che richiede il concetto di *lagrangiana* e gli strumenti matematici del calcolo differenziale, si trova in Landau². Si può consultare lo stesso testo per la conservazione del momento angolare e dell'energia.

L'isotropia dello spazio significa che le proprietà di un sistema non cambiano, se il sistema è ruotato di un angolo arbitrario. Siccome il momento della quantità di moto è legato alla rotazione, è detto per questo momento angolare, si può intuire con un po' di fede come l'invarianza per rotazione porta alla conservazione del momento angolare. Ricordo che il momento angolare, per una parti-

cella, è il prodotto della quantità di moto mv (massa per velocità) per la distanza della particella dall'asse di rotazione. In realtà il momento angolare è un vettore avente la direzione dell'asse e verso tale da vedere la rotazione in senso antiorario, come un cavatappi che avanza nel turacciolo. Per un sistema di più particelle si devono sommare i singoli momenti angolari con la regola del parallelogramma (somma di vettori). Per chi non ha fede, la dimostrazione si trova nella bibliografia citata².

L'omogeneità del tempo e l'invarianza per traslazione temporale conduce alla legge di conservazione dell'energia (cinetica più potenziale). Non vedo come si possa intuire questa correlazione senza strumenti matematici. Rimando perciò al testo di Landau citato in nota².

Prima osservazione.

In teoria della relatività c'è uno stretto parallelismo tra il continuo tetradimensionale dello *spazio-tempo* e il vettore a quattro componenti *impulso=quantità di moto-energia*. L'intervallo spazio-tempo si trasforma come il tetravettore impulso e dall'invarianza dell'intervallo spazio-tempo si potrebbe arguire la conservazione dell'impulso. Si noti che nella dinamica relativistica quantità di moto ed energia si conservano insieme, a differenza di quanto accade in meccanica classica. Il principio di omogeneità dello spazio-tempo è più stringente e profondo dei due principi di omogeneità separati.

Seconda osservazione.

E' molto più facile ricavare le tre leggi di conservazione direttamente dalle tre leggi della dinamica di Newton. Ci si può chiedere allora se il gioco valga la candela. Il fatto è che nell'ambito della fisica delle particelle cosiddette elementari le leggi dinamiche sono conosciute solo in parte e in modo frammentario. L'unica guida, pertanto, nel regno di quei fenomeni è data dalle leggi di conservazione. Ciò è dovuto anche al fatto che lo studio sperimentale ha condotto a enucleare molte altre leggi di conservazione i cui principi di simmetria sono solo in parte noti.

Leggi di conservazione non direttamente legate all'omogeneità dello spazio e del tempo.³

- a) Legge di conservazione della carica elettrica.
- b) Legge di conservazione del numero elettronico.
- c) Legge di conservazione del numero muonico.
- d) Legge di conservazione del numero barionico.
- e) Legge di conservazione della parità P.
- f) Legge di conservazione della coniugazione di carica C.
- g) Legge di conservazione combinata PC.
- h) Legge di conservazione per inversione temporale T.
- i) Legge di conservazione della stranezza S.
- j) Legge di conservazione dello spin isotopico.

La legge di conservazione della carica elettrica è, per le conoscenze attuali, ben fondata come quelle relative alla quantità di moto, al momento angolare e all'energia. Il principio di simmetria sul quale si fonda è però più riposto di quelli relativi all'omogeneità dello spazio e del tempo. Esso è legato a quella che nella letteratura angloamericana è detta *invarianza di gauche*, cioè invarianza di misura, precisamente del campo elettromagnetico. Siccome il campo magnetico è sostanzialmente una correzione relativistica del campo elettrico quando le sorgenti, cioè le cariche elettriche, sono in movimento⁴, possiamo dire che la conservazione della carica elettrica è in ultima istanza connessa, come la conservazione della quantità di moto e dell'energia, all'omogeneità dello spazio - tempo. Per uno studio teorico dell'invarianza di gauge si può consultare⁵.

Le basi sperimentali della conservazione della carica elettrica sono estremamente solide. Se non valesse la conservazione, l'atomo d'idrogeno, neutro a un certo istante, (carica del protone opposta a quella dell'elettrone), potrebbe non esserlo in un istante successivo, oppure, se variassero dello stesso valore assoluto da un istante all'altro per una sorta di armonia prestabilita, varierebbe da un mo-

mento all'altro la forza reciproca tra protone ed elettrone; di conseguenza lo spettro dell'atomo d'idrogeno sarebbe caotico contro ogni evidenza sperimentale. Lo stesso dicasi di ogni altro atomo e quindi di una porzione macroscopica di materia. Infine, non si è mai osservata una reazione tra particelle elementari (subnucleari) in cui la carica non sia conservata.

Per inciso vorrei ricordare che la carica elettrica non solo si conserva (nel tempo), ma è anche un invariante relativistico, cioè ha lo stesso valore in tutti i sistemi di riferimento, indipendentemente dalla velocità. Se così non fosse, l'atomo di elio e la molecola di idrogeno non potrebbero essere entrambi neutri, perché, pur contenendo entrambi due protoni e due elettroni, le velocità degli elettroni nell'atomo di elio sono molto maggiori che nella molecola di idrogeno.

Queste finora esaminate sono leggi di conservazione basate su principi di simmetria noti e perciò si crede che siano leggi assolute (fino a quando non saremo costretti a modificarle o a respingerle sotto la spinta di nuovi fatti sperimentali). Esse valgono per tutti i quattro tipi di interazione noti, che sono in ordine di intensità decrescente: l'interazione nucleare forte (quella che tiene legati protoni e neutroni nei nuclei e i quark nei nucleoni), l'interazione elettromagnetica che genera la luce e la grande varietà della materia compresa la vita, l'interazione nucleare debole (che genera i neutrini e impedisce alle stelle di esplodere come bombe H), e infine la più debole di tutte, l'interazione gravitazionale, che domina l'universo su scala astronomica (e più modestamente, ci tiene poggiati sul pavimento). L'interazione gravitazionale è immensamente più debole dell'interazione debole e nei fenomeni atomici e subatomici è completamente trascurabile e in questo lavoro non ce ne occuperemo.

Vorrei ora parlare della conservazione della parità, che è legata a una simmetria dello spazio che sembrava indiscutibile (lo sembrava fino al 1956, quando fu accertato che non valeva per l'interazione debole).

Ecco di che cosa si tratta. Sembra che nello spazio omogeneo e isotropo non ci sia nulla che possa farci distinguere obiettivamente tra destra e sinistra. Questa simmetria tra destra e sinistra conduce a una proprietà di invarianza, per cui, se immagino due processi, uno immagine speculare dell'altro, e il primo accade in natura, non c'è nessuna proibizione per l'altro. La grandezza che si conserva è la cosiddetta parità, rispetto allo scambio destra - sinistra, cioè rispetto alla riflessione speculare.

E' interessante quanto dice Weil a questo proposito nel libro citato in nota¹: "... Mentre nel regno animale e in generale nei sistemi complessi c'è differenza tra destra e sinistra, come sappiamo dopo Pasteur, si pensi ai composti racemici, alle sostanze otticamente attive, ... a livello di leggi elementari non c'è nulla che differenzi la destra e la sinistra. Lo spazio è simmetrico riguardo alla posizione, alla direzione, alla riflessione speculare. Perciò, se un certo fenomeno accade, anche la sua immagine speculare è un fenomeno possibile". Ricordo che il libro di Weil appare in America nel 1952. Solo due anni dopo i fisici cinesi Yang e Lee, esaminando criticamente tutte le interazioni note tra particelle, si accorsero che non c'era nessuna evidenza sperimentale a favore della conservazione della parità nelle interazioni deboli e avanzarono la congettura che l'invarianza per riflessione speculare non fosse una legge universale. Per la teoria della non conservazione della parità ricevettero il premio Nobel, dopo che la Signora Wu con i suoi collaboratori nel 1956 fece l'esperimento decisivo alla Columbia University sul decadimento β del nucleo di Cobalto 60 (Il decadimento β è un processo debole). Il motivo che spinse Yang e Lee a mettere in dubbio il principio di conservazione della parità, principio che fino allora si era rivelato valido e prezioso per interpretare le interazioni forti ed elettromagnetiche, fu l'enigma dei due mesoni neutri allora detti θ e τ . Essi per molti aspetti sembravano la stessa particella, avendo stessa massa, stesso spin, stessa vita media di decadimento; tuttavia sembravano diversi perché il primo decadeva in due pioni, il secondo decadeva in tre. Per un racconto di prima mano della storia, si può consultare il libro divulgativo di Yang⁶. Il tema è trattato anche da K. Ford (vedi nota 3). Per una trattazione semplice e chiara del decadimento del cobalto 60 in nickel 60 si veda Segrè⁷. Una volta accertato che l'invarianza destra - sinistra

non vale per le interazioni deboli, i due mesoni furono identificati in quello che ora si chiama mesone K neutro K^0 .

Un'altra legge di conservazione violata dalle interazioni deboli è la cosiddetta coniugazione di carica. Essa consiste nel fatto che scambiando in un sistema ogni particella con la sua antiparticella si ottiene un sistema indistinguibile dal primo rispetto all'interazione forte e a quella elettromagnetica. Sembra che ci sia simmetria tra materia e antimateria. Tuttavia questa simmetria, come la parità, è violata dalle interazioni deboli. Se però si definisce una parità più profonda detta parità intrinseca e indicata con PC, parità accoppiata alla coniugazione di carica, tutti i processi deboli tornano ad essere invarianti. Ciò significa che se si scambia la destra con la sinistra e contemporaneamente la materia con l'antimateria, le leggi fisiche, anche coinvolgenti interazioni deboli, restano immutate. Non si sa però fino ad oggi il motivo profondo di questa più riposta simmetria.

Mentre inizialmente la parità spaziale sembrava incontrovertibile e l'inversione temporale roba da fantascienza, abbiamo visto che la parità è violata nelle interazioni deboli, mentre l'inversione temporale T è valida. Pare che ci sia perfetta simmetria tra passato e futuro, a livello di leggi e processi elementari. Anzi, Feynman considera le antiparticelle come particelle che viaggiano all'indietro nel tempo e i suoi famosi diagrammi con inversione temporale interpretano correttamente tutti i fenomeni con antiparticelle. L'apparente assurdità dell'inversione temporale nella vita quotidiana è legata al fatto che noi siamo e interagiamo con sistemi estremamente complessi per i quali un andamento temporale a ritroso ha una probabilità talmente piccola da potersi considerare zero (irreversibilità termodinamica)⁸.

Esiste un fondamentale teorema di Schwinger, Luders e Pauli il quale afferma che, per tutte le teorie fisiche elaborate fino ad oggi, le leggi fisiche sono invarianti rispetto all'operazione combinata PCT. Il teorema è banale per le interazioni forti ed elettromagnetiche, dato che per esse le tre simmetrie: P, C, T sono separatamente valide. Se si ammette (vedi Segrè in loc. citato) che l'inversione T è valida per le interazioni deboli, allora la simmetria PC avrebbe un solido fondamento teorico. Pare però che alcuni decadimenti del mesone K rivelerebbero una violazione della parità PC, anche se con probabilità estremamente piccola; ciò condurrebbe allora ad una leggerissima violazione dell'inversione temporale, a una lieve differenza intrinseca tra passato e futuro e la teoria di Feynman delle antiparticelle dovrebbe essere modificata.

Diciamo ora qualcosa delle leggi di conservazione dei numeri di famiglia, che come le prime quattro leggi di conservazione sono valide per tutte le interazioni. (Per l'interazione gravitazionale non lo sappiamo, né qui c'interessa).

Conservazione del numero di famiglia barionico. Barioni sono il protone, il neutrone e le particelle più pesanti del neutrone (dal greco $\beta\alpha'\rho\sigma$: peso, gravezza). Essa afferma che il numero di famiglia barionico si conserva prima e dopo l'interazione, a patto di assegnare valore 1 ai barioni, -1 agli antibarioni.

Conservazione del numero di famiglia elettronico. La famiglia contiene due soli membri, l'elettrone e^- e il neutrino elettronico ν_e con le rispettive antiparticelle e^+ e $\tilde{\nu}_e$.

Conservazione del numero di famiglia muonico. La famiglia contiene due soli membri, il muone μ^- e il neutrino muonico ν_μ con le antiparticelle μ^+ e $\tilde{\nu}_\mu$.

(Per i neutrini, il protone, il neutrone, e in tutti i casi in cui può sorgere ambiguità, l'antiparticella è indicata con lo stesso simbolo della particella soprassegnato da una tilde, ad esempio protone p, antiprotone \tilde{p}).

Al solito, si assegna numero di famiglia 1 alle particelle e -1 alle antiparticelle.

Non sono noti a tutt'oggi le simmetrie da cui queste leggi derivano; esse però sono preziose per stabilire a priori quali reazioni sono permesse e quali sono proibite.

A titolo di esempio darò alcune reazioni permesse.

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$$

Essa spiega il decadimento β dei nuclidi instabili, la cui teoria è essenzialmente dovuta a Pauli e Fermi. Essa richiede la conservazione della massa-energia-quantità di moto, del momento angolare (spin), della carica elettrica, del numero di famiglia barionico, del numero di famiglia elettronico. Questa reazione avviene su scala macroscopica nei reattori a fissione, che sono la più intensa sorgente artificiale di antineutrini.

$$\mu^- \rightarrow \nu_\mu + e^- + \tilde{\nu}_e$$

$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ (cattura K: un nucleo con eccesso di protoni cattura un elettrone orbitale del livello K e arretra di un posto nella tavola periodica).

$$p + \tilde{\nu}_e \rightarrow n + e^+$$

(Una sostanza ricca di protoni, per esempio paraffina, viene investita da un fascio di antineutrini. E' uno dei modi più semplici per la creazione di antielettroni o positoni).

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

Annichilazione di un elettrone e di un antielettrone con creazione di due fotoni γ di alta energia. Non si può creare un solo fotone perché in tal caso sarebbe violata la conservazione della quantità di moto. Si potrebbero creare tre fotoni, però con probabilità molto minore.

$$\tilde{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \quad e \quad \nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$$

Queste due reazioni suggeriscono che il neutrino del muone è diverso dal neutrino dell'elettrone. Se fossero la stessa particella, si sarebbero dovuti ottenere con la stessa frequenza elettroni e muoni. Ma non furono osservati elettroni: da qui l'evidenza sperimentale dell'esistenza di specie diverse di neutrini.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \rightarrow e^+ + \nu_e + \nu_\mu \quad e$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \tilde{\nu}_\mu \rightarrow e^- + \tilde{\nu}_e + \tilde{\nu}_\mu$$

Si noti che sia i pioni sia i muoni decadono per interazione debole (si producono neutrini) e la loro vita media è estremamente lunga per gli standard nucleari: 2 micro-secondi per i muoni e 2 centesimi di micro-secondi per i pioni. Rispetto ai tempi tipici delle interazioni forti, 10^{-23} secondi, queste vite medie si possono ritenere infinite. Anche un mesone K carico, che decade in 10^{-10} secondi, si può ritenere praticamente eterno.

Stranezza. Quanto ora detto ci porta a parlare di una nuova grandezza fisica che, con scarsa fantasia, è stata chiamata stranezza. Ecco di ché si tratta.

In un urto ad alta energia di due protoni si possono creare particelle la cui massa supera complessivamente quella dei due protoni incidenti; la massa eccedente è creata, come insegna la relatività, a spese dell'energia cinetica dell'urto. Si possono così creare nuove particelle, come nelle seguenti reazioni:

$$[1] \quad p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + K^+ \quad \text{oppure} \quad p + p \rightarrow p + n + \pi^+ \quad \text{e poi} \quad p + \pi^+ \rightarrow \Sigma^+ + K^+$$

$$[2] \quad \text{o anche} \quad p + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + K^0$$

Ora, la cosa *strana* consiste in questo: particelle come Λ^0 e Σ^+ sono prodotte mediante interazioni forti in tempi brevissimi, i tempi tipici della forza nucleare forte che sono dell'ordine di 10^{-23} s (cir-

ca il tempo che impiega la luce ad attraversare un nucleo) mentre poi vivono per un tempo immensamente lungo, $10^{-10} s$, quasi un'eternità. I fisici Gell Man e Nishijima ipotizzarono l'esistenza di una nuova legge di conservazione che proibisce il rapido decadimento. La nuova grandezza che si conserva fu detta *stranezza*. Essa si conserva solo nelle interazioni forti, mentre non si conserva nelle interazioni deboli.

Guardando le [1] e la [2], si vede che le particelle strane sono sempre prodotte a coppie (produzione associata), mentre poi decadono singolarmente per interazione debole. siccome il protone ha stranezza zero (non è strano), si deve ammettere che Λ^0 e K^+ abbiano stranezze opposte: risulta che conviene assegnare stranezza -1 a Λ^0 e +1 a K^+ . In generale, stabilita la stranezza di una particella, si assegna valore opposto all'antiparticella. (per una giustificazione del calcolo, si veda Segrè in loc. citato⁷). Anche se la stranezza sembra solo un gioco di parole, essa in realtà è uno dei pochi strumenti per mettere ordine nella giungla degli iperoni (le particelle più pesanti del protone). Non si dimentichi poi che una legge di conservazione è essenzialmente una legge di proibizione e serve a sgombrare il campo da processi che non possono accadere (e che finora non sono mai stati osservati).

Come esempio, si considerino le seguenti reazioni forti, proibite (e mai osservate) dalla conservazione della stranezza: $K^0 \rightarrow 2\pi^0$, $p + \pi^- \rightarrow n + K^0$. Tutte le leggi di conservazione sono soddisfatte, tranne la conservazione della stranezza (protoni, neutroni, pioni hanno stranezza zero).

Isospin. Come è noto, i nuclei sono costituiti da protoni e neutroni legati dall'interazione forte rispetto alla quale la forza del legame è la stessa per una coppia p - p, n - n, p - n. C'è solo una piccola differenza dovuta all'interazione elettromagnetica che però è oltre 100 volte minore dell'interazione forte. Si immagina che protone e neutrone sia due stati differenti per la carica elettrica di un'unica particella detta nucleone. Si noti che neutrone e protone hanno massa quasi uguale. Anche i tre iperoni Σ^+ , Σ^- e Σ^0 hanno masse quasi uguali e costituiscono un tripletto di un'unica particella. L'iperone Λ^0 ha invece un unico stato di carica: carica zero. Per analogia con gli isotopi atomici, si immagina allora queste particelle come vettori di uno spazio astratto detto spazio di spin isotopico. Come per lo spin ordinario la molteplicità degli stati è data da $2s+1$, (si pensi all'elettrone la cui componente z del vettore di spin è $s=1/2$ in unità \hbar e perciò la molteplicità è due: *spin su o spin giù*), lo stesso dicasi dello spin isotopico o isospin: la terza componente T_3 dell'isospin del nucleone vale $1/2$ e il nucleone ha due stati di carica, la particella Σ ha $T_3 = 1$ e ciò dà luogo a un tripletto di carica, la particella Λ^0 è un singoletto e perciò il suo isospin è zero.

Anche il mesone π si può considerare come passibile di tre stati di carica (positivo, negativo e neutro) e perciò il suo isospin è 1.

Per una giustificazione della quantizzazione del momento angolare e in particolare del momento angolare intrinseco, lo spin, si può consultare la Meccanica Quantistica di Landau.⁹

La conservazione dell'isospin vale però solo per le interazioni forti. Che essa non valga per le interazioni elettromagnetiche è ovvio: un fotone interagisce infatti con le particelle cariche, ma non con quelle neutre e quindi in particolare fa distinzione tra i due stati di carica del nucleone, il protone e il neutrone. Non vale neanche nelle interazioni deboli: per esempio, nel decadimento $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$ oppure $\Lambda^0 \rightarrow n + \pi^0$ l'isospin a sinistra è zero, mentre le particelle a destra hanno rispettivamente isospin $1/2$ e 1 , che sommati o sottratti danno isospin $1/2$ oppure $3/2$.

Conclusione.

Si voglia notare come solo le leggi di conservazione dell'energia - quantità di moto, del momento angolare e della carica elettrica sono subordinate a principi noti di simmetria: omogeneità dello spazio - tempo, isotropia dello spazio, invarianza di *gauge* per la carica elettrica. Queste 4 leggi di con-

servazione sono valide per tutti i tipi di interazione: forte, elettromagnetica, debole. Anche la conservazione dei numeri di famiglia: barionica, elettronica, muonica, è valida per tutte le interazioni, ma non si sa fino ad oggi quale sia il principio di simmetria sottostante, ammesso che ci sia.

Le altre leggi di conservazione non valgono per le interazioni deboli. Infine, la conservazione dell'isospin perde validità anche per le interazioni elettromagnetiche; è valida solo per le interazioni forti. Si ricordi che la legge combinata PCT dovrebbe avere validità generale, per un teorema dimostrato da Schwinger, Luders e Pauli.

Sulle invarianze P, C, T riporto da Ford³ i seguenti esempi.

[3] $\pi^+ \rightarrow \mu_S^+ + \nu_{\mu S}$. L'indice S sta a significare che il muone positivo e il neutrino muonico hanno spin sinistrorso. Applico ora alla [3] le simmetrie

P: $\pi^+ \rightarrow \mu_D^+ + \nu_{\mu D}$, no, mai osservata (è proibita, i neutrini sono sinistrorsi);

C: $\pi^- \rightarrow \mu_S^- + \tilde{\nu}_{\mu S}$, no, mai osservata (è proibita, gli antineutrini sono destrorsi);

PC: $\pi^- \rightarrow \mu_D^- + \tilde{\nu}_{\mu D}$, sì, è effettivamente osservata, l'antineutrino è destrorso;

T: $\nu_{\mu S} + \mu_S^+ \rightarrow \pi^+$, sì, l'invarianza per inversione temporale è valida;

PCT: $\mu_D^- + \tilde{\nu}_{\mu D} \rightarrow \pi^-$, sì (le tre simmetrie insieme scambiano sinistra con destra, particelle con antiparticelle, passato con futuro).

Come esempio di un processo che rispetta la simmetria temporale tra passato e futuro, ma che è molto improbabile osservare col tempo invertito, mostro il seguente:

$p + p \rightarrow p + n + \pi^+$ (creazione di un pione in un urto protone - protone). Il processo avviene per interazione forte (i pioni sono i quanti, i messaggeri, del campo nucleare) e perciò vale la simmetria T; però il processo inverso ha una bassa probabilità perché richiede che tre particelle si trovino nello stesso istante nello stesso posto (a rigore, in posti distanti tra loro meno del raggio d'azione delle forze nucleari). In parole povere, la coincidenza spazio - temporale di tre particelle è di gran lunga meno probabile della coincidenza di solo due particelle. (Anche tra amici, un appuntamento a tre, anche se lecito, è più difficile da realizzare di un appuntamento a due).

Vogliamo osservare, infine, come scendendo nella scala delle interazioni, dalla nucleare forte, a quella elettromagnetica, a quella debole, vada man mano diminuendo il numero delle simmetrie e di conseguenza il numero delle leggi di conservazione. Scendendo il primo gradino, nelle interazioni elettromagnetiche si perde la conservazione dell'isospin. Scendendo alle interazioni deboli si perde anche la conservazione della stranezza, della parità, della coniugazione di carica (scambio particella - antiparticella), ma restano valide la conservazione combinata PC e l'inversione temporale T. Sembra che ci sia un ulteriore gradino tra l'interazione debole e quella gravitazionale in cui si perdono anche la PC e la T; ma forse le violazioni della PC e della T avvengono in alcuni processi molto rari dell'interazione debole stessa.

In ogni caso sembra che ad energie molto grandi le teorie dette di grande unificazione prevedano un alto grado di simmetria e un'unificazione dell'intensità dei quattro tipi di forze. Questa doveva essere la situazione nei primi istanti di vita dell'universo dopo il big bang. Man mano che l'universo, espandendosi, si raffreddava e l'energia delle particelle diminuiva, avvenne la *rottura spontanea* della simmetria, con la separazione dell'intensità delle forze. Una prima teoria di unificazione è stata ottenuta da Abdus Salam e Weinberg con la teoria elettro-debole, che unifica la forza elettromagnetica e quella debole. I quanti del campo elettrodebole sono i famosi bosoni intermedi W^+, W^-, Z^0 scoperti ai laboratori del CERN da Carlo Rubbia. Ora si lavora all'unificazione della forza forte con la forza elettrodebole. L'obiettivo finale è di far entrare in uno schema generale uni-

tario anche la più debole di tutte, la forza gravitazionale; ma prima è necessario creare una teoria quantistica della gravitazione.¹⁰

Nota sulle antiparticelle.

La prima antiparticella individuata fu l'elettrone positivo o positone. E' notevole che la sua scoperta fu ottenuta da Dirac nel 1930 per via teorica nell'ambito della teoria quantistico-relativistica dell'elettrone. Due anni dopo il positone fu individuato sperimentalmente da Anderson nei raggi cosmici. In generale l'antiparticella ha la stessa massa, lo stesso spin, la stessa vita media della particella, cioè le grandezze scalari; di segno opposto la carica elettrica, la stranezza, l'isospin, cioè le grandezze dotate di segno. La teoria e l'interpretazione dei processi di reazione ci dicono che ci sono alcune particelle che coincidono con le proprie antiparticelle, come il fotone e il pione neutro. Chiaramente, per tali particelle la carica elettrica, la stranezza, l'isospin valgono zero.

¹ Herman Weil, "La simmetria", 1952 Princeton University Press, prima ediz. Italiana 1962 Feltrinelli Milano.

² Lev D. Landau ed E. M. Lifsic, " Meccanica", Mosca 1958, Boringhieri Torino 1963.

³ Kenneth Ford, " La fisica delle particelle", Blaisdell P. Company Boston 1963, Mondadori Milano 1972.

⁴ Ottavio Serra, "La relatività nella scuola italiana" su "Il Foglio" del Liceo classico *Garibaldi* e dell'Istituto d'Arte *Alfano*, Castrovillari anno 10 N. 1/2, maggio 2004.

⁵ Da "Le Scienze Quaderni", Simmetria e realtà, n° 118 febbraio 2001 Milano.

⁶ Chen Ning Yang, "La scoperta delle particelle elementari", Princeton University Press 1961, Boringhieri Torino 1969.

⁷ Emilio Segrè, " Nuclei e particelle", Zanichelli, Bologna 1966.

⁸ Ottavio Serra, "Entropia e freccia del tempo" su "Il Foglio" del Liceo Classico *Garibaldi* e dell'Istituto d'Arte *Alfano*, Castrovillari anno 9 N. 2/3, giugno 2003.

⁹ Lev D. Landau ed E. M. Lifsic, "Meccanica Quantistica", Mosca 1962, Boringhieri, Torino 1969.

¹⁰ Stephen Hawking, "Dal Big Bang ai Buchi Neri, Rizzoli, Milano 1990, e ancora:
Tullio Regge, "Infinito", Mondadori, Milano 1994.