Ottavio Serra

Logiche diverse?

L'opinione corrente tra i non specialisti è che possa esistere una sola logica, perché si pensa che il modo usuale di ragionare sia universale. Questa logica, anche se formalizzata e arricchita nell'800 e che va ora sotto il nome di logica matematica classica, è essenzialmente quella codificata da Aristotele negli "Analitici I e II" e i cui principi di base sono

(1) il principio di non contraddizione: <Non (A e non A)>;

(2) il principio del terzo escluso: <A o non A>.

Questi due principi sono alla base di tutta la matematica classica, compresa la teoria standard degli insiemi di Cantor e della costruzione della gerarchia dei numeri transfiniti. Pare che non si possa rifiutare l'alternativa: o una proposizione è vera, o è vera la sua negazione (*tertium non datur*), e ancor di più, che non si possa ammettere la verità di una proposizione insieme alla verità della sua negazione. Il principio di non contraddizione, ma anche il principio del terzo escluso, sono certamente da ammettere in una concezione platonista della matematica. Se ai concetti matematici si vuol dare una patente di esistenza oggettiva, ancorché ideale, allora non può esistere un concetto e il suo contrario, perché nel mondo oggettivo i concetti sono oggetti e due oggetti non possono contraddirsi, siano essi reali o ideali. Analogamente, se la verità è oggettiva, una proposizione deve essere (decidersi ad essere) o vera o falsa.

Se però il concetto di verità (oggettiva) è sostituito dal concetto di conoscibilità (non necessariamente fattuale, ma conoscibilità possibile), come sostennero i cosiddetti matematici intuizionisti o costruttivisti(Brouwer, Heyting) quando all'inizio del '900 scoppiò la crisi dei fondamenti per la scoperta delle antinomie nella teoria "ingenua" degli insiemi, allora il principio del terzo escluso va bandito dalla logica, perché una proposizione può non essere conosciuta come vera se non è dimostrata vera, ma neanche come falsa se non è dimostrata falsa. Per chiarire il concetto, farò un esempio. Esiste una congettura secondo la quale è possibile trovare infinite coppie di numeri primi dispari consecutivi, come 3 e 5, 5 e 7, 11 e 13, 17 e 19 eccetera. Da un punto di vista platonico la congettura o vera o è falsa, ma se la matematica è una costruzione del pensiero, la congettura non è né vera né falsa fino a quando non sarà dimostrata la sua verità o la sua falsità.

Per inciso, ricordo che l'aver sostituito il concetto di dimostrabilità a quello di verità ha permesso a Kurt Godel di ottenere i suoi famosi teoremi di incompletezza dei sistemi formali. Ricordo in particolare il risultato del 1932: "Se un sistema formale è così potente da poter parlare almeno dell'aritmetica elementare, allora se è coerente dovrà essere incompleto, cioè dovranno esistere proposizioni vere in ogni interpretazione del sistema e tuttavia non dimostrabili all'interno del sistema formale.

Questo modo di concepire la logica trova un parallelo anche in fisica quantistica, nella quale per i valori di una grandezza fisica la teoria può dare solo un ventaglio di probabilità, e solo in seguito a un'operazione di misura il ventaglio si riduce a un solo valore certo o vero, mentre tutti gli altri sono esclusi, falsi.

Questo per ciò che riguarda il principio del terzo escluso.

Il principio di non contraddizione ha invece uno statuto diverso, perché pare che non se ne possa fare a meno e infatti è ammesso anche dai logici intuizionisti. In effetti in una teoria formalizzata l'esistenza di una contraddizione conduce alla situazione paradossale che ogni possibile proposizione diventa dimostrabile togliendo valore e capacità predittiva alla teoria che pertanto si auto-distrugge. Bertrand Russell sintetizza questa situazione con una battuta che parafrasa quella famosa di Archimede: "Datemi una contraddizione e vi dimostrerò qualunque cosa", in verità già enunciata dai logici scolastici medievali: "*Ex absurdo quodlibet*".

Se però è vero che in una teoria formalizzata non può trovare posto una contraddizione, nelle scienze sperimentali questa coabitazione non è del tutto esclusa. Se noi consideriamo la meccanica classica e quella relativistica, vediamo che secondo i casi si adopera l'una o l'altra, secondo che la teoria classica è una buona o non buona approssimazione di quella relativistica e lo stesso si può dire della

fisica classica e di quella quantistica, anche se le differenze concettuali sono enormi. In fisica quantistica si usa secondo i casi il modello corpuscolare o quello ondulatorio, che sono tra loro incompatibili. Se la scienza fosse un sistema di verità, non potremmo farlo, *per la contraddizion che nol consente*, ma se la scienza è un insieme di strumenti per interpretare la realtà, possiamo farlo; la contraddizione si manifesterebbe solo se usassimo i due modelli simultaneamente. Potremmo dire che nelle scienze sperimentali vale un principio di *non contraddittorietà minimale*.
A proposito della meccanica quantistica e delle difficoltà che presenta l'interpretazione del suo formalismo nel linguaggio usuale, va osservato che mentre Heisenberg, uno dei padri fondatori della teoria, imputa queste difficoltà a una *essenziale inadeguatezza del nostro linguaggio*, perché l'uomo non può concepire, e quindi esprimere, ciò di cui non ha esperienza sensibile, ecco perché tenta di parlare dei fenomeni quantistici in termini di onde o di corpuscoli (vedi bibliografia), il filosofo Reichenbach crede che la teoria dei quanti abbia bisogno di una nuova logica di tipo probabilistico, anche se il premio Nobel Max Born ritiene che, in ultima analisi, si possa ridefinire la logica probabilistica di Reichenbach in termini di logica classica e perciò non vede quali vantaggi una nuova logica potrebbe arrecare alla soluzione dei problemi della fisica quantistica.
Vorrei chiudere questa breve nota, osservando che ciascuna logica, classica, intuizionista, minimale e altre che ho appena accennato, come le logiche polivalenti (a più valori di verità) o probabilistiche, ammette un'interpretazione in ogni altra, come spiega M. Luisa dalla Chiara Scabia nel suo volumetto citato in nota. Pertanto l'obiezione di Born potrebbe essere superata.
Questa immersione di una logica in un'altra ricorda la possibilità di costruire modelli delle geometrie non euclidee in ambiente euclideo (Klein, Beltrami, Poincarè) e viceversa. Storicamente fu la creazione di tali modelli a convincere definitivamente la comunità matematica che non esisteva un'unica geometria la cui verità fosse una necessità a priori, *forma pura dell'intuizione sensibile*. Allo stesso modo, la possibilità di rappresentare logiche diverse nel seno della logica classica e viceversa dovrebbe far ritenere che l'unicità della logica non è una *necessità logica*.

Bibliografia minima:
"Che cos'è questa scienza?" di Alan Chalmers, A. Mondadori;
"La logica simbolica" di Evandro Agazzi, La Scuola;
"Elementi di logica matematica" di Corrado Mangione, Boringhieri;
"Logica" di M. Luisa dalla Chiara Scabia, Encicl. Filosofica ISEDI;
"Filosofia naturale della causalità e del caso", di Max Born, Boringhieri.