

### **PNI 2008-PROBLEMA 1**

Nel piano riferito a coordinate cartesiane, ortogonali e monometriche, si considerino i triangoli ABC con A(1, 0), B(3, 0) e C variabile sulla retta d'equazione  $y=2x$ .

1. Si provi che i punti (1, 2) e (3/5, 6/5) corrispondono alle due sole posizioni di C per cui l'angolo  $\angle BCA = \pi/4$ .
2. Si determini l'equazione del luogo geometrico  $\gamma$  descritto, al variare di C, dall'ortocentro del triangolo ABC. Si tracci  $\gamma$ .
3. Si calcoli l'area  $\Omega$  della parte di piano delimitata da  $\gamma$  e dalle tangenti a  $\gamma$  nei punti A e B.
4. Verificato che  $\Omega = (3/2)(\log(3)-1)$ , si illustri una procedura per il calcolo approssimato di  $\ln 3$ .

### **PNI 2008-PROBLEMA 2**

Siano  $f$  e  $g$  le funzioni definite, per ogni  $x$  reale, da  $f(x)=2^x$  e  $g(x)=x^2$ .

1. Si traccino i grafici di  $f$  e di  $g$  e si indichi con A la loro intersezione di ascissa negativa.
2. Si calcoli, con uno dei metodi di approssimazione numerica studiati, l'ascissa di A con due cifre decimali esatte.
3. Quanti e quali sono gli zeri della funzione  $h(x)=2^x - x^2$ ? Si tracci il grafico di  $h$ .
4. Si calcoli l'area racchiusa tra il grafico di  $h$  e l'asse  $x$  sull'intervallo  $[2, 4]$ .