Ottavio Serra
Dalle Olimpiadi di 2° livello, febbraio 2011.

1. 16 coni stradali sono messi in linea retta a distanza di 10 metri uno dall'altro. Si vuole dipingere sulla strada una linea continua che vada dal primo all'ultimo cono. Sapendo che per dipingere 100 metri di linea continua sono necessari 6 litri di vernice, quanti litri di vernice sono necessari per completare questo lavoro?
(A) 8,4 (B) 9 (C) 9,6 (D) 10 (E) nessuna delle precedenti.

2. Sia ABC un triangolo equilatero di centro O e area 1. Siano D,E, F i punti simmetrici di O rispet-
to
ai tre lati del triangolo. Quanto vale l'area in comune ai triangoli ABC e DEF?
(A) 1/3, (B) (2√3)/9, (C) (√2)/3, (D) (√3)/3, (E) 2/3.

3. In un'isola ci sono due tipi di abitanti: i cavalieri, che dicono sempre la verità, e i furfanti, che mentono sempre. Abbiamo incontrato su quest'isola un gruppo di quattro abitanti che, interrogati sulla loro identità, hanno risposto:
A: "C'`e almeno un furfante tra noi."
B: "Ci sono al massimo due cavalieri tra noi."
C: "Ci sono almeno tre furfanti tra noi."
D: "Non ci sono cavalieri tra noi."
Quanti cavalieri ci sono in questo insieme di quattro abitanti?
(A) Nessuno (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) tutti.

4. Antonio, Beppe, Carlo e Duccio si distribuiscono casualmente le 40 carte di un mazzo, 10 a testa. Antonio ha l'asso, il due e il tre di denari. Beppe ha l'asso di spade e l'asso di bastoni. Carlo ha l'asso di coppe. Chi `e pi`u probabile che abbia il 7 di denari?
(A) Antonio (B) Beppe (C) Carlo (D) Duccio
(E) due o pi`u giocatori hanno la stessa probabilità di averlo.

5. Per quanti interi relativi n si ha che 3n/(n + 5) è intero e divisibile per 4?
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) più di 8.

6. La casa di Dante si trova nel punto D ai piedi di una montagna conica con il diametro di base di 4 km e cima nel punto C. Si sa che D dista da C 4 km in linea retta e che, detto P il punto diametralmente opposto a D rispetto alla base della montagna, la porta dell'Inferno si trova a 3/4del segmento CP, più vicino a P. Quale distanza deve percorrere Dante al minimo (camminando sulle pendici della montagna) per poter raggiungere la porta dell'Inferno da casa sua?
(A) π + 1 km (B) 5 km (C) 2π km (D) 7 km (E) 2π + 1 km.

7. Qual `e la seconda cifra (partendo da sinistra) del numero $(10^{16}+1)(10^8+1)(10^4+1)(10^2+1)(10+1)$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4.

8. Nella classe di Sergio, dopo la correzione dell'ultimo compito di matematica, al quale tutti gli alunni erano stati presenti, la media aritmetica delle insufficienze è risultata 4,6, mentre la media aritmetica delle sufficienze è risultata 7,1. Sapendo che il professore ha dato soltanto voti interi, quanti alunni ci sono al minimo nella classe di Sergio?
(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 24 (E) 30.

9. I rossi e i verdi stanno facendo una battaglia a gavettoni. La base dei rossi è un'area a forma di triangolo equilatero di lato 8 metri. I verdi non possono entrare nella base dei rossi, ma possono lanciare i loro proiettili nella base stando comunque fuori dal perimetro. Sapendo che i verdi riescono a colpire un bersaglio fino ad una distanza massima di 1 metro, quanto è grande (in metri quadrati) la zona all'interno della base dei rossi al sicuro dalla portata di tiro dei verdi?
(A) $19\sqrt{3} - 24$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $19 - 8\sqrt{3}$
(E) ogni punto dell'area rossa \`e a portata di tiro dei verdi.

10. Quattro interi positivi $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ sono tali che, dati due qualunque di essi, il loro massimo comun divisore è maggiore di 1, ma $\text{mcd}(a_1, a_2, a_3, a_4) = 1$. Qual è il minimo valore che può assumere a_4?
(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 30 (E) 105.

11. In una scatola ci sono venti palline numerate da 1 a 20. Ciascun numero è presente in una e una sola di queste palline. Quante palline diverse dobbiamo estrarre come minimo per essere sicuri che il prodotto dei loro numeri sia un multiplo di 12?
(A) 7 (B) 11 (C) 12 (D) 15 (E) 18.

.