

## Ottavio Serra

### Onde (sonore e luminose)

La luce consiste di onde o di particelle? L'uomo non può concepire ciò di cui non ha esperienza: perciò immagina oggetti localizzati nello spazio e nel tempo, particelle (sassi), oppure oggetti estesi, onde (onde del mare).

Si sa che la riflessione della luce su uno specchio (o di un raggio sonoro, ma anche di una particella materiale che urta elasticamente contro una superficie) avviene in modo che l'angolo di incidenza (tra il raggio incidente e la normale allo specchio) sia uguale all'angolo di riflessione:  $i=r$ .

Passando alla rifrazione, sia con la teoria corpuscolare di Newton sia con la teoria ondulatoria di Hygens, si trova si trova che il rapporto tra i seni degli angoli di incidenza e di rifrazione è un numero detto indice di rifrazione  $n$  del secondo mezzo rispetto al primo. Cambia però l'interpretazione di  $n$ :  $n=v_2/v_1$  nella teoria corpuscolare,  $n=v_1/v_2$  in quella ondulatoria.

Prima di procedere, vediamo come Fermat giustifica le leggi della riflessione e della rifrazione con il principio del *minimo tempo*: *Se un raggio va da un punto A ad un punto B colpendo uno specchio o attraversando la superficie di separazione di due mezzi trasparenti, il tempo impiegato è minimo.*

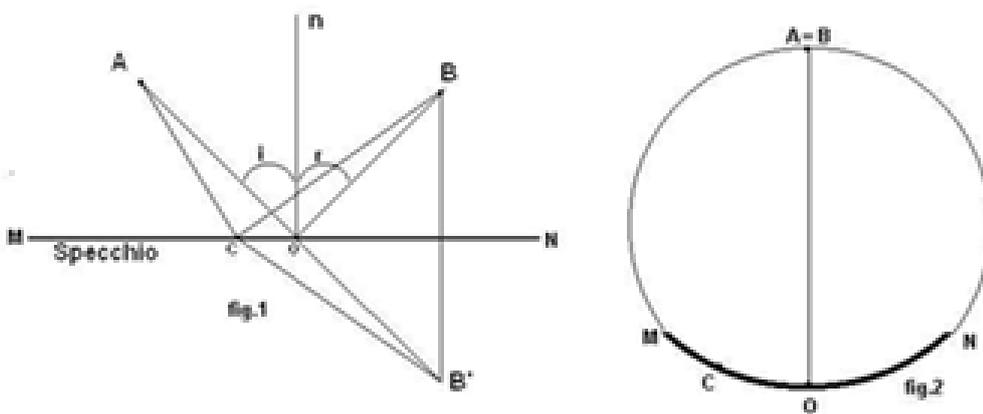


Fig. 1

Per la riflessione (vedi Fig. 1 di sinistra) si consideri il simmetrico  $B'$  di  $B$  rispetto allo specchio e sia  $O$  l'intersezione di  $AB'$  con lo specchio. Semplici considerazioni geometriche mostrano che l'angolo  $i = \angle AON$  è uguale all'angolo  $r = \angle NOB$  e che  $AO+OB=AB'$ . Per  $O$  si realizza l'uguaglianza dell'angolo di incidenza e di riflessione. Se la riflessione avvenisse in  $C$  diverso da  $O$ , il cammino  $AC+CB$  sarebbe maggiore di  $AO+OB$ : dunque la luce si riflette in modo da rendere minimo il cammino. Dividendo per la velocità della luce, si ottiene che è verificato il principio del minimo tempo di Fermat.

**N.B.** Osservando la parte destra della Fig. 1, si nota un esempio di riflessione che si realizza con tempo massimo: come andrebbe modificato il principio di Fermat per renderlo valido in generale?

Vediamo ora come il principio di Fermat giustifichi la legge della rifrazione, confermando in particolare il risultato della teoria ondulatoria, contro quanto trovato da Newton con la teoria corpuscolare. Si veda la Fig. 2 qui sotto.

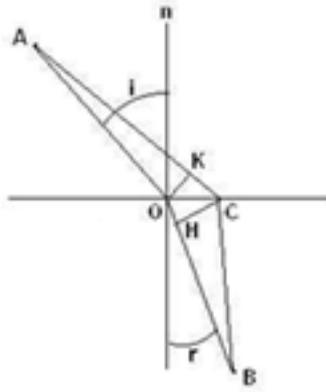


Fig. 2

Sia AOB il cammino effettivo, ACB il cammino *variato*. La differenza di cammino

$$\Delta s = (AC + CB) - (AO + OB) = KC - OH = OC \operatorname{sen} i - OC \operatorname{sen} r \text{ e perci\`o } \Delta t = \frac{\Delta x \cdot \operatorname{sen} i}{v_1} - \frac{\Delta x \cdot \operatorname{sen} r}{v_2}, \text{ avendo}$$

posto  $\Delta x = OC$ ,  $v_1$  velocit\`a della luce (del suono) nel 1° mezzo,  $v_2$  velocit\`a nel 2° mezzo.

La rapidit\`a di variazione  $\Delta t / \Delta x$  (la derivata) sar\`a zero ( e quindi il tempo impiegato sar\`a minimo:

**perch\`e non massimo?)** se  $\frac{\operatorname{sen} i}{v_1} = \frac{\operatorname{sen} r}{v_2} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = \frac{v_1}{v_2}$  e dunque si ottiene la legge della rifrazione

secondo la teoria ondulatoria di Huygens.

Con ci\`o \`e dimostrata, senza fare ipotesi sulla natura della luce, ma utilizzando un “principio di minimo”, la legge di Snell:  $\operatorname{sen} i / \operatorname{sen} r = n$  (indice di rifrazione) e trovando che  $n = v_1 / v_2$ , come nella teoria ondulatoria di Huygens – Fresnel, contro la teoria corpuscolare di Newton che dava  $n = v_2 / v_1$ . Newton dimostrava le leggi della riflessione e della rifrazione applicando la conservazione dell’energia e della quantit\`a di moto ai suoi ipotetici *corpuscoli luminiferi*. In seguito per\`o Foucault verific\`o la legge  $\operatorname{sen} i / \operatorname{sen} r = v_1 / v_2$ , misurando direttamente la velocit\`a della luce nell’acqua, ma oramai nessuno pi\`u dubitava della teoria ondulatoria.

Nelle figure seguenti viene indicato come ricavare la legge della riflessione (Fig. 3) e della rifrazione (Fig. 4) usando il principio ondulatorio di Huygens.

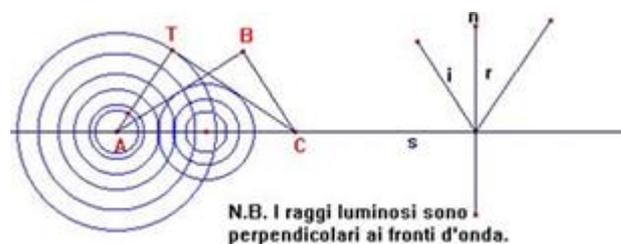


Fig. 3

Riflessione della luce (Fig. 3) secondo il principio ondulatorio di Huygens.

(Si considerino solo le semisfere al disopra dello specchio s).

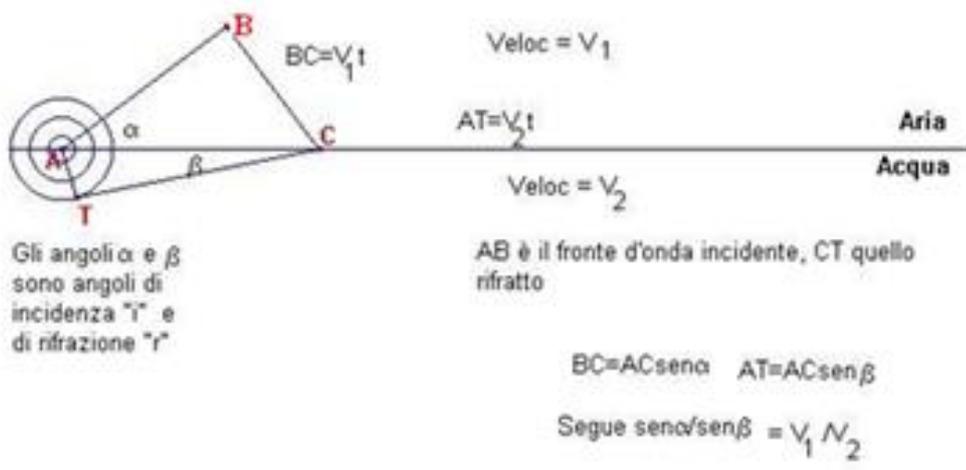


Fig.4

Rifrazione della luce (Fig. 4) secondo Huygens. Siccome i raggi luminosi sono perpendicolari ai fronti d'onda,  $\alpha = i$  e  $\beta = r$ , perciò  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin r}$ .

**Un problema per la luce.** Secondo la teoria della Relatività la velocità  $c$  della luce è il tetto (il massimo) per le velocità naturali e dalla dinamica relativistica si ricava che i fotoni (“i quanti del campo elettromagnetico”), avendo massa zero, possono esistere **solo** se viaggiano alla velocità  $c$ .

Come si spiega allora che la luce, passando dal vuoto ( o praticamente dall'aria) a un mezzo materiale trasparente , acqua, vetro, subisce la rifrazione, il che significa che va a una velocità minore?

Il fatto è che un mezzo materiale, anche solido, è praticamente vuoto. Una lastra di vetro di spessore  $x$  si può immaginare come costituita da  $kx$  strati molecolari separati da spazi vuoti, essendo  $k$  il numero di strati per unità di lunghezza. Quando un fotone interagisce con un elettrone di uno strato, viene assorbito; dopo un tempo di ritardo medio  $\tau$  l'elettrone emette un fotone che continua la sua corsa tra uno strato e l'altro con velocità  $c$ . In definitiva l'elettrone, per attraversare la lastra di spessore  $x$ , impiega un tempo  $t = \tau \cdot kx + x/c = x(\tau \cdot k + 1/c)$  e perciò la sua velocità apparente nel mezzo è

$$v = \frac{x}{x(\tau k + \frac{1}{c})} = \frac{c}{1 + \tau k c} = \frac{c}{n}, \text{ essendo } n \text{ l'indice di rifrazione del mezzo rispetto al vuoto.}$$

Occorre notare che l'indice di rifrazione  $n=1+\tau kc$  non dipende solo dal mezzo (tramite  $\tau$  e  $k$ ), ma anche dalla lunghezza d'onda della luce. Se un fascio di luce bianca emesso da  $S$  attraversa un prisma di vetro, subisce la “dispersione”, cioè le sue componenti monocromatiche si separano. Ciò significa che il ritardo medio  $\tau$  di remissione di un fotone dalle molecole del vetro dipende dall'energia del fotone e quindi dalla sua lunghezza d'onda  $\epsilon = h\nu = hc/\lambda$ . Ciò consente di misurare le lunghezze d'onda con un prisma tarato: spettroscopio a prisma.

